ČESKÁ SPOLEČNOST PRO JAKOST
Novotného lávka 5, 116 68 Praha 1

ZPRACOVÁNÍ DAT O SPOLEHLIVOSTI Z PROVOZU

MATERIÁLY Z 7. SETKÁNÍ
ODBORNÉ SKUPINY PRO SPOLEHLIVOST

Praha, květen 2002

OBSAH

Normy pro zpracování dat o spolehlivosti

RNDr. Jaroslav Matějček, CSc.

Úvod

Data o spolehlivosti, ať již se jedná o data získaná sběrem dat z provozu nebo o data ze zkoušek spolehlivosti, se zpracovávají v podstatě stejným způsobem. K jejich zpracování se nejčastěji používají tyto normy (podrobné údaje o nich jsou uvedeny v kapitole Literatura):

ČSN IEC 60605-4:2002
ČSN EN 61703:2002
ČSN IEC 60605-6

Stručný popis obsahu uvedených norem je uveden v následujících kapitolách.

1. ČSN IEC 60605-4:2002

Tato norma s názvem „Zkoušení bezporuchovosti zařízení – Část 4: Statistické postupy pro exponenciální rozdělení – Bodové odhady, konfidenční intervaly, předpovědní intervaly a toleranční intervaly“ nahrazuje normu ČSN IEC 605-4 z prosince 1992, její konečný návrh byl předán ČSNI a bude vydána v průběhu první poloviny roku 2002. Text normy byl zcela přepracován, podstatně rozšířen, zejména o stanovení předpovědních a tolerančních intervalů, a byly do něj doplněny nové obrázky a tabulky.

V této normě jsou uvedeny statistické metody pro vyhodnocení bodových odhadů, konfidenčních intervalů, předpovědních intervalů a tolerančních intervalů pro intenzitu poruch objektů, jejichž doba do poruchy se řídí exponenciálním rozdělením. Předpokládá se tedy, že je intenzita poruch (viz IEV[*)] 191-12-02) konstantní v čase. Je však třeba poznamenat, že ačkoliv se uvedený odkaz týká intenzity poruch, numerické metody popisované v této normě jsou stejně tak použitelné i pro intenzity jiných událostí, za předpokladu, že se doby do výskytu dané události řídí exponenciálním rozdělením. S tímto upřesněním se tedy numerické metody používají například u konstantních parametrů proudu poruch (viz IEV 191-12-04) a konstantních intenzit oprav (viz IEV 191-13-02). Pro usnadnění a zabránění zbytečným opakováním se však uvádějí pouze odkazy na poruchy a intenzity poruch.

Používání postupů uvedených v této normě má být podpořeno testy potvrzujícími platnost předpokladu konstantní intenzity poruch nebo konstantního parametru proudu poruch (viz ČSN IEC 60605-6).

Tato norma je též použitelná, kdykoliv je náhodný výběr objektů podroben zkoušce nebo sledování v provozu zaměřeného na zjištění dob do poruchy za účelem odhadu ukazatelů bezporuchovosti.

V **kapitole 3** normy jsou uvedeny definice základních termínů používaných v této normě, „dvoustranný konfidenční interval“, „jednostranný konfidenční interval“, „toleranční meze; mezní hodnoty“ a „tolerance“, které jsou vesměs (s drobnými úpravami definic) převzaty z ČSN ISO 3534-1 a ČSN ISO 3534-2.

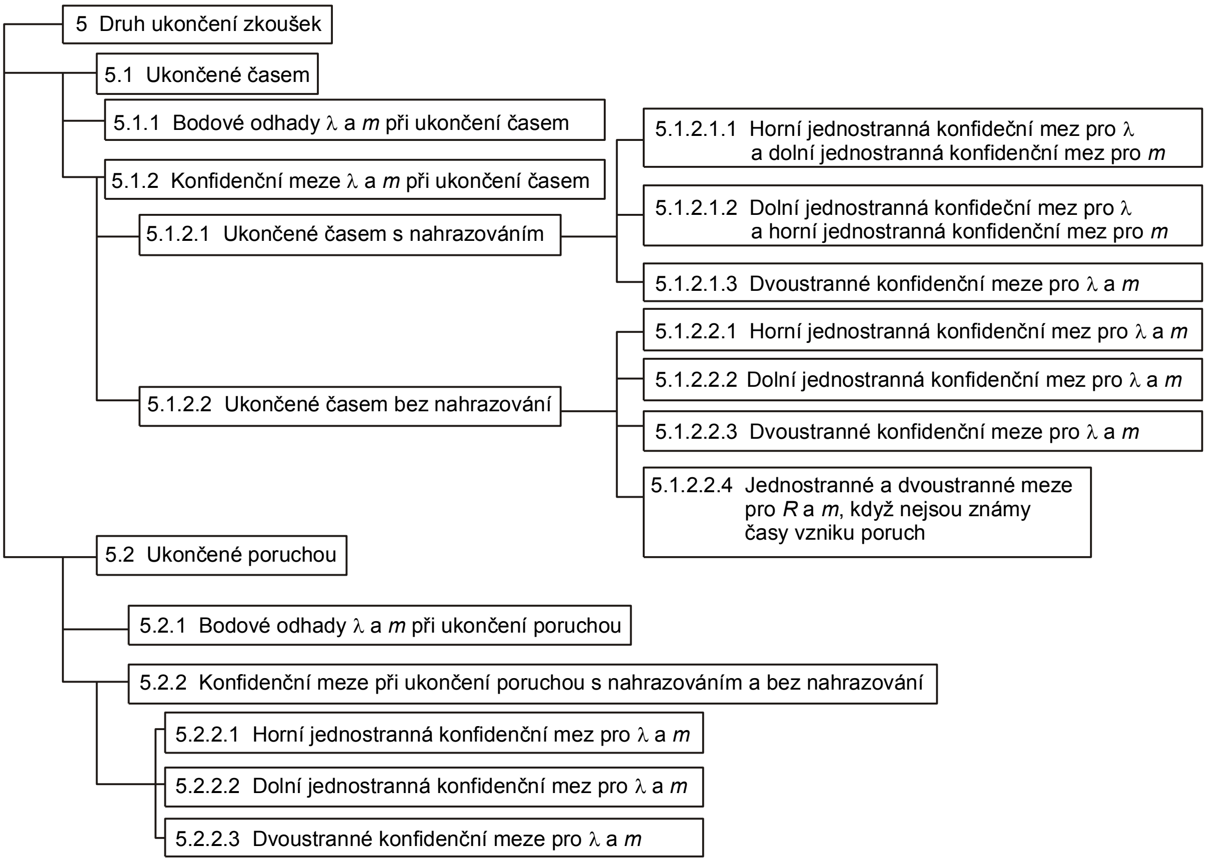
V **kapitole 4** jsou uvedeny předpoklady platnosti prováděných výpočtů (prvořadým předpokladem je, že je intenzita poruch konstantní, tudíž že se jedná o exponenciální rozdělení) a požadavky na informace nutné pro stanovení bodových odhadů a konfidenčních intervalů, pro předpovědní intervaly a pro toleranční intervaly.

V **kapitole 5** jsou podrobně popsány postupy pro výpočty bodových odhadů a konfidenčních intervalů. Postupy se liší podle toho, zda se jedná o zkoušky (či sledování v provozu):

– ukončené časem;
– ukončené poruchou;
– bez nahrazování objektů, které mají poruchu;
– s nahrazováním objektů, které mají poruchu;
– postupy poskytující bodové odhady;
– postupy poskytující jednostranné konfidenční meze;
– postupy poskytující dvoustranné konfidenční meze.

[*)] IEV – Mezinárodní elektrotechnický slovník, část 191 – viz ČSN IEC 50(191):1993 (01 0102).

Struktura této kapitoly je vyznačena na obrázku 1.



Obrázek 1 – Struktura kapitoly 5

V **kapitole 6** jsou uvedeny postupy pro stanovení předpovědních intervalů pro počet poruch v budoucím období.

V **kapitole 7** je uveden postup přiřazování tolerančních intervalů.

V **příloze A** je uvedeno 6 příkladů výpočtu pro:

– bodový odhad MTTF;
– použití dolní meze jednostranného 90 % konfidenčního intervalu střední doby do poruchy (MTTF);
– použití mezí dvoustranného 90 % konfidenčního intervalu pro MTTF;
– použití dvoustranného 90 % předpovědního intervalu;
– použití horní 90 % toleranční hranice při 95 % konfidenci;
– použití dolní 90 % toleranční hranice při 95 % konfidenci.

V **příloze B** jsou podrobně popsány vztahy mezi konfidenčním, předpovědním a tolerančním intervalem. Jelikož jsou tyto pojmy často nejasně chápány, doporučuji této příloze věnovat pozornost. Z jejího obsahu vyjímám:

Úvod

Na základě předběžného posouzení skutečné, ale neznámé hodnoty střední hodnoty doby do poruchy *m* základního souboru se mají zkoušky naplánovat tak, aby kumulovaná doba zkoušky *T** byla dostatečně dlouhá vzhledem k *m* (byla nejméně trojnásobkem *m*). Nelze mít příliš velkou důvěru k údajům založeným na malém počtu objektů, protože tyto objekty nemusí být reprezentativní představitele základního souboru.

B.1 Konfidenční intervaly

Při porovnání předpovědních a tolerančních intervalů je často v literatuře uváděn pojem konfidenční interval používaný pro střední hodnotu základního souboru, ačkoliv ne vždy správně. Z tohoto důvodu je zde uveden stručný popis tohoto pojmu. Popis je založen na případu, kdy se pro stanovení mezí dvoustranného (například) 90 % intervalu (neznámé) střední hodnoty základního souboru odebere výběr *n* objektů a podrobí se zkoušce životnosti/sledování v provozu.

Na základě výsledku zkoušky/sběru dat se použije příslušný statistický postup a jako výsledek se získají dvě číselné hodnoty LCL a UCL. První veličina LCL je hodnota dolní meze 90 % dvoustranného konfidenčního intervalu dotyčného parametru spolehlivosti (např. MTTF, intenzity poruch, součinitele pohotovosti ...) a druhá veličina UCL je odpovídající hodnota horní meze 90 % dvoustranného konfidenčního intervalu. To znamená, že jestliže by se statistický postup pro získání 90 % konfidenčních mezí mnohokrát opakoval, potom nejméně 90 % výsledných dvojic mezí by obsahovalo skutečnou, ale neznámou hodnotu parametru spolehlivosti a nejvýše 10 % takových dvojic by ji neobsahovalo. Konfidenční úroveň se tudíž vztahuje výhradně k *postupu používanému ke stanovení intervalu* a omezuje se jen na něj.

Z výše uvedeného vyplývá, že nelze říkat, že „pravděpodobnost, že střední hodnota základního souboru bude ležet mezi číselnými hodnotami odpovídajícími LCL a UCL, je 90 %“. Jakmile byly LCL a UCL přiřazeny číselné hodnoty, pravděpodobnost, že tyto meze budou obsahovat skutečnou střední hodnotu základního souboru je buď nula, nebo jednička. To lze snadněji pochopit, jestliže máme na paměti, že střední hodnota výběru je proměnná a lze se tedy o ní vyjadřovat pouze ve smyslu pravděpodobnosti. Střední hodnota základního souboru je naproti tomu konstanta a tudíž o ní nelze učinit žádné vyjádření s použitím pravděpodobnosti.

B.2 Předpovědní intervaly

V literatuře je popsáno mnoho typů předpovědních intervalů. Existuje například předpovědní interval, který má obsahovat jedinou budoucí událost, interval, který má obsahovat všech w_f událostí, nebo interval, který bude obsahovat r z w_f událostí. Existují též intervaly, které mají obsahovat střední hodnotu nebo směrodatnou odchylku budoucího výběru z w_f událostí. Požadovaný typ předpovědního intervalu bude zřejmě záviset na typu problému, který se má řešit, nebo na typu otázek, které se mají zodpovědět.

V této mezinárodní normě (viz kapitolu 6) se pozornost omezuje na předpovědní interval, který má obsahovat počet výskytů (např. poruch) ve specifikovaném budoucím období na základě počtu výskytů v předchozím období.

Je třeba si povšimnout, že základní společnou vlastností všech typů předpovědních intervalů je, že je každý interval sdružen s odpovídající konfidenční úrovní (ať již jednostrannou, či dvoustrannou), přičemž, jako dříve, se tato konfidenční úroveň vztahuje k *postupu* používanému k výpočtu předpovědního intervalu.

B.3 Toleranční intervaly

Předpovědní intervaly ve tvaru popsaném v B.2 zajímají hlavně výrobce, kteří si přejí především předpovědět spolehlivost jednoho nebo relativně malého počtu objektů. U výrobců, kteří si přejí činit závěry o budoucí spolehlivosti velkého počtu budoucích jednotek na základě dat z náhodně zvoleného výběru ze základního souboru, který je předmětem zájmu, může být použití předpovědních intervalů zcela nevhodné. K takové situaci by mohlo dojít například tehdy, jestliže si výrobce přeje učinit závěry o celém procesu výroby. Při řešení takového i jiných obdobných problémů by bylo vhodnější použít minulé zkušenosti k získání závěrů o *podílu* budoucích jednotek. To vede k pojmu *toleranční interval*, který bude se specifikovanou konfidencí obsahovat podíl P budoucího základního souboru.

Výrobce si například může přát sestavit interval, který by obsahoval 95 % zařízení majících s 90 % konfidencí určitý parametr. Je nutné si uvědomit, že k tomu, aby použité statistické postupy byly platné, musejí být data týkající se výběru (získaná z minulých zkušeností) skutečně náhodně vybrána z dotyčného základního souboru. Není třeba říkat, že s tím jsou určité problémy, když se hlavní část základního souboru skládá z „budoucích“ jednotek a celý výběr se skládá z „minulých“ jednotek. Zřejmá událost, která by mohla narušit princip náhodného výběru, by mohl být výskyt driftu (posunu) nějakého parametru, který ovlivní budoucí výrobky.

Je třeba poznamenat, že při zacházení s tolerančními intervaly se používají dvojí procenta, zatímco u konfidenčních intervalů a předpovědních intervalů se vyžaduje jen jedno procentní vyjádření. Dvojí procentní vyjádření nemá způsobit jakoukoliv záměnu, jelikož jedno z nich (95 %) se vztahuje k procentu *základního souboru*, který má být v intervalu obsažen, a druhé (90 %) je míra *konfidence* sdružené s prohlášením.

2. ČSN EN 61703:2002

Tato norma (idt IEC 61703:2001) s (pracovním) názvem „Matematické výrazy pro termíny bezporuchovosti, pohotovosti, udržovatelnosti a zajištěnosti údržby“ je zcela nová, je ve stadiu prvního návrhu a je předpoklad, že vyjde v druhé polovině roku 2002.

Tato přibližně padesátistránková norma obsahuje úplný soubor matematických vzorců a výrazů pro výpočty všech kvantifikovatelných ukazatelů spolehlivosti, jejichž definice jsou uvedeny v IEV (ČSN IEC 50(191)). U těch ukazatelů, které vyžadují další informace, například o podrobných statistických metodách, je třeba se obrátit na normy řady IEC 60605.

V této normě jsou samostatně uvažovány následující třídy objektů:

– neopravované objekty;

– opravované objekty s nulovou dobou do obnovy;

– opravované objekty s nenulovou dobou do obnovy.

Aby byly matematické vzorce co nejjednodušší, používají se ke kvantifikaci ukazatelů spolehlivosti následující matematické modely:

– náhodná veličina (doba do poruchy) pro neopravované objekty;

– prostý (řádný) proces obnovy pro opravované objekty s nulovou dobou do obnovy;

– prostý (řádný) střídavý proces obnovy pro opravované objekty s nenulovou dobou do obnovy.

Použití každého ukazatele spolehlivosti je ilustrováno pomocí jednoduchého příkladu.

Nejjednodušší matematický model pro bezporuchovost neopravovaných objektů je náhodná veličina – doba do poruchy objektu [IEV 191-10-02]. Jeden z široce používaných ukazatelů bezporuchovosti neopravovaných objektů je okamžitá intenzita poruch $\lambda(t)$ [IEV 191-12-03]. Tento ukazatel je odvozen z distribuční funkce doby do poruchy.

U opravovaných objektů je základní model prostý proces obnovy, když může být doba do obnovy objektu zanedbána, nebo prostý střídavý proces obnovy, když je doba do obnovy objektu nenulová. V druhém případě je objekt střídavě v použitelném a nepoužitelném stavu a široce používaný ukazatel bezporuchovosti objektu je parametr proudu poruch, který je roven hustotě obnovy.

Parametr proudu poruch [IEV 191-12-04] je ukazatel odvozený z očekávané hodnoty kumulativního počtu poruch $E[N(t)]$ opravovaného objektu vyskytujících se během časového intervalu $(0, t)$.

Aby se zabránilo nesprávnému používání těchto matematických výrazů, jsou v příslušných článcích normy podrobně rozebrány jejich specifické předpoklady.

Kapitola 6 obsahuje matematické výrazy pro ukazatele objektů všech výše uvedených kategorií.

Pro každý ukazatel je prezentován:

a) generický výraz;

b) nejobecnější výraz (pro doby do poruchy objektu s exponenciálním rozdělením);

c) jednoduchý příklad použití, pokud je nutný.

Jako příklad uvádím jeden článek z této kapitoly (norma obsahuje celkem 32 takových článků):

6.1.2 Pravděpodobnost bezporuchového provozu [IEV 191-12-01]

(Značka $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

U neopravovaných objektů je pravděpodobnost bezporuchového provozu $R(t_1, t_2)$ pro daný časový interval (t_1, t_2), $0 \le t_1 < t_2$ rovna pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(0, t_2)$ pro časový interval $(0, t_2)$, a tudíž se často nepoužívá. Užitečnější je funkce bezporuchovosti $R(t) = R(0, t)$ a podmíněná pravděpodobnost bezporuchového provozu $R(t, t + x \mid t)$.

a)
$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\mathrm{d}x\right) = \int_t^\infty f(x)\mathrm{d}x$$

kde

$\lambda(x)$ je okamžitá intenzita poruch objektu;

$f(x)$ hustota pravděpodobnosti doby do poruchy objektu, tj. $f(x)\Delta x$ je přibližně pravděpodobnost, že během intervalu $(x, x + \Delta x)$ dojde k poruše objektu.

POZNÁMKA Jestliže jsou k dispozici data o pozorovaných poruchách neopravovaných objektů, odhadovaná hodnota $R(t)$ je dána vzorcem:

$$\hat{R}(t) = \frac{n_S(t)}{n},$$

kde

$n_S(t)$ je počet objektů, které jsou dosud v provozu v časovém okamžiku t ($n_S(0) = n$).

Pravděpodobnost, že objekt bude mít během časového intervalu (t_1, t_2), $0 \le t_1 < t_2$ poruchu je dána vzorcem:

$$R(t_1) - R(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\mathrm{d}t .$$

Podmíněná pravděpodobnost $R(t, t + x \mid t)$ je definována jako podmíněná pravděpodobnost, že objekt může provádět požadovanou funkci v daném časovém intervalu $(t, t + x)$ za předpokladu, že je objekt na začátku tohoto časového intervalu v provozu.

$$R(t, t + x \mid t) = \exp\left(-\int_t^{t+x} \lambda(t)\mathrm{d}t\right) = \frac{R(t+x)}{R(t)}$$

b) Když $\lambda(t) = \lambda$ = konstanta, tj. když má doba (provozu) do poruchy exponenciální rozdělení, potom

$$R(t) = \exp(-\lambda t),$$

$$R(t, t + x \mid t) = \exp(-\lambda x).$$

c) U objektu s konstantní intenzitou poruch jeden výskyt za rok provozu a s požadovanou dobou provozu šest měsíců je pravděpodobnost bezporuchového provozu dána vzorcem:

$$R(6\ \text{měsíců}) = \exp\left(-1 \times \frac{6}{12}\right) = 0{,}6065.$$

V **příloze A** je s použitím diagramů uvedeno vysvětlení vztahů mezi některými základními matematickými termíny, které se týkají náhodných veličin, pravděpodobnostních deskriptorů a ukazatelů.

V **příloze B** je uveden souhrnný přehled ukazatelů spolehlivosti týkajících se doby do poruchy

V **příloze C** jsou srovnávány některé ukazatele spolehlivosti trvale provozovaných objektů.

V **příloze D** jsou vysvětlena některá hlediska spolehlivosti softwaru.

V **bibliografii** jsou uvedeny odkazy na matematické základy této normy.

3. ČSN IEC 60605-6:1998

Tato norma s názvem „Zkoušení bezporuchovosti zařízení - Část 6: Testy platnosti předpokladu konstantní intenzity poruch nebo konstantního parametru proudu poruch“ byla vydána v roce 1998. K této normě byla vydána v roce 2001 oprava (idt IEC 60605-6/Cor. 1), kterou se nahrazuje jeden odstavec v kapitole 6.

Mnoho postupů uvedených v normách ČSN IEC 60605-4, ČSN IEC 61703 i v jiných normách je založeno na předpokladu konstantní intenzity poruch nebo konstantního parametru proudu poruch. V normě ČSN IEC 60605-6 jsou uvedeny numerické a grafické postupy, které umožňují testovat hypotézu platnosti tohoto předpokladu.

Testy specifikované v této mezinárodní normě jsou určeny k jednomu z následujících účelů:

– k testování, zda jsou doby **do** poruchy objektů exponenciálně rozděleny, tj. zda je intenzita poruch konstantní;

– k testování, zda nemají doby **mezi** poruchami jediného opravitelného objektu nějaký časový trend, tj. zda parametr proudu poruch nevykazuje rostoucí nebo klesající trend.

Aby byly postupy specifikované v této normě platné, je nutné, aby byly splněny následující požadavky:

Při testování předpokladu konstantnosti **intenzity** poruch pomocí *n* neopravitelných objektů:

– u numerických postupů je k dispozici nejméně deset dob **do** poruchy;

– u grafických postupů jsou k dispozici nejméně čtyři doby **do** poruchy.

Při testování předpokladu konstantnosti **parametru proudu** poruch pomocí jediného opravitelného objektu:

– objekt musí být zkoušen po tak dlouhou dobu, aby bylo k dispozici nejméně šest dob **mezi** poruchami.

Testy konstantnosti intenzity poruch jsou uvedeny v **kapitole 6**. Tato kapitola se používá tehdy, když je do zkoušky vložen výběr *n* vzorků. Numerické postupy pro velké výběry jsou uvedeny v 6.1 až 6.2. Pro velmi malé výběry je k dispozici pouze subjektivní grafická metoda uvedená v 6.3. V článku 6.4 jsou naznačena opatření prováděná v případě zamítnutí předpokladu konstantnosti intenzity poruch (např. s použitím postupů uvedených v ČSN IEC 61649).

V **kapitole 7** je popsán test konstantnosti parametru proudu poruch. Tato kapitola se uplatňuje pouze tehdy, když je zkoušen jediný opravitelný vzorek.

Testování konstantnosti parametru proudu poruch znamená, že doby mezi za sebou následujícími platnými poruchami nevykazují ani rostoucí, ani klesající trend. Jestliže tomu tak je, může se vzorek považovat za objekt obnovený po každé opravě. V tomto případě a pouze v tomto případě mohou být tyto doby **mezi** poruchami považovány za doby **do** poruchy.

Informace týkající se platných poruch a jiných příslušných definic jsou uvedeny v ČSN IEC 1014.

Jsou uvedeny postupy pro případ, když je počet dob do poruchy nejméně 6 (numerický postup), a jsou rovněž naznačena opatření prováděná v případě zamítnutí předpokladu konstantnosti parametru proudu poruch (např. s použitím modelů uvedených v ČSN IEC 1164).

V **příloze A** je uvedena tabulka kvantilů rozdělení chí-kvadrát. V **příloze B** jsou uvedeny dva příklady postupů pro testování předpokladu konstantnosti intenzity poruch a v **příloze C** je uveden příklad použití testu konstantnosti parametru proudu poruch.

Závěr

Tři normy uvedené v tomto příspěvku jsou velmi užitečné nástroje pro zpracování dat o spolehlivosti objektů získaných jak sběrem dat, tak z laboratorních zkoušek bezporuchovosti, které vyhovují praktickým potřebám ve většině obvyklých případů, kdy platí předpoklad konstantní intenzity poruch či konstantního parametru proudu poruch. V případech, kdy tento předpoklad neplatí, je nutné použít jiné normy.

Literatura

ČSN IEC 60605-4:2002 (01 0644) Zkoušení bezporuchovosti zařízení – Část 4: Statistické postupy pro exponenciální rozdělení – Bodové odhady, konfidenční intervaly, předpovědní intervaly a toleranční intervaly

ČSN EN 61703:2002 (01 06XX) Matematické výrazy pro termíny bezporuchovosti, pohotovosti, udržovatelnosti a zajištěnosti údržby

ČSN IEC 60605-6:1998 (01 0644) Zkoušení bezporuchovosti zařízení - Část 6: Testy platnosti předpokladu konstantní intenzity poruch nebo konstantního parametru proudu poruch

ČSN IEC 50(191):1990 (01 0102) Medzinárodný elektrotechnický slovník. Kapitola 191: Spoľahlivosť a akosť služieb.

ČSN IEC 61649:1999 (01 02653) Testy dobré shody, konfidenční intervaly a dolní konfidenční meze pro data s Weibullovým rozdělením

ČSN IEC 1014:1994 (01 0645) Programy rastu bezporuchovosti

ČSN IEC 1164:1996 (01 0647) Růst bezporuchovosti. Metody statistických testů a odhadů

BODOVÉ A INTERVALOVÉ ODHADY UKAZATELŮ SPOLEHLIVOSTI

Prof. Ing. Rudolf HOLUB, CSc.

1. Úvod

Tento příspěvek se zabývá možnými způsoby odhadů ukazatelů spolehlivosti z experimentálních údajů. Konkrétně je pozornost zaměřena na bodové a intervalové odhady ukazatelů z informací, získaných z provozního sledování strojů. Příspěvek se nezabývá vlastním informačním systémem, z něhož údaje pochází, ale pouze jejich zpracováním. Při volbě vlastního postupu výpočtu hraje rozhodující roli typ údajů a jejich rozsah. Pro odhad je možné zvolit analytický postup nebo postup grafický, případně kombinovaný graficko-analytický. Omezený rozsah příspěvku nedovoluje hlubší teoretický rozbor a zdůvodnění možných postupů, proto zde budou uvedeny pouze výpočtové vztahy a postupy doporučené a prakticky použitelné.

2. Typy souborů informací o provozních poruchách

Sledování spolehlivosti výrobků v provozu (nebo i při speciální zkoušce na zkušebně) se realizuje s určitým omezeným počtem výrobků n. Sledování končí buď v okamžiku poruchy sledovaných výrobků, nebo po určité době trvání provozu τ_0 (inspekční intervaly), nebo po vzniku určitého počtu poruch r_0. Získané soubory informací o poruchách se dají charakterizovat podle určitého pravidla tzv. „zkušebním plánem“. Tím je souhrn pravidel definujících typ souboru informací o poruchách. Plány lze rozdělit podle charakteru získaného souboru údajů do čtyř základních skupin, které podrobně definuje norma ČSN 010643.

Správná analýza údajů je tedy závislá na charakteru naměřených údajů. Ve zkouškách sledujeme chování výrobků v souvislosti se vznikem poruchy. Důležitý je okamžik jejího vzniku a způsob ukončení provozu.

Z tohoto pohledu se v praxi můžeme setkat se čtyřmi základními případy:

- V čase t_i (inspekce, pozorování) je okamžik nastoupení poruchy (sledovaný jev) t_p totožný s časem t_i. Okamžik t_i je přesně znám (je objektivně změřen). Časový interval tohoto typu se nazývá „ukončený“ (rozumí se poruchou).
- V čase t_i není okamžik nastoupení poruchy znám. Jev (porucha) dosud nenastal a nastane někdy v čase $t_p > t_i$, přičemž t_i je znám. Časový interval tohoto typu se nazývá „neukončený“ nebo také „cenzurovaný“, jednostranně zprava (protože až do okamžiku t_i k poruše nedošlo a dojde k ní pravděpodobně v časovém okamžiku od t_i).
- V čase t_i není okamžik nastoupení poruchy znám. Jev (porucha) již sice nastal, ale někdy v časovém okamžiku $t_p < t_i$, přičemž t_i je znám. Časový interval tohoto typu se nazývá „neukončený“ jednostranně cenzurovaný zleva (protože k poruše již došlo nalevo od okamžiku t_i).
- Okamžik nastoupení poruchy t_p není přesně znám. Víme jen, že jev nastal někde v časovém okamžiku $t_a < t_p < t_b$, přičemž t_a a t_b jsou okamžiky provádění dvou, po sobě jdoucích inspekcí: $t_a = t_{i-1}$, $t_b = t_i$. Časový interval tohoto typu je „ukončený“, avšak oboustranně cenzurovaný zprava i zleva.

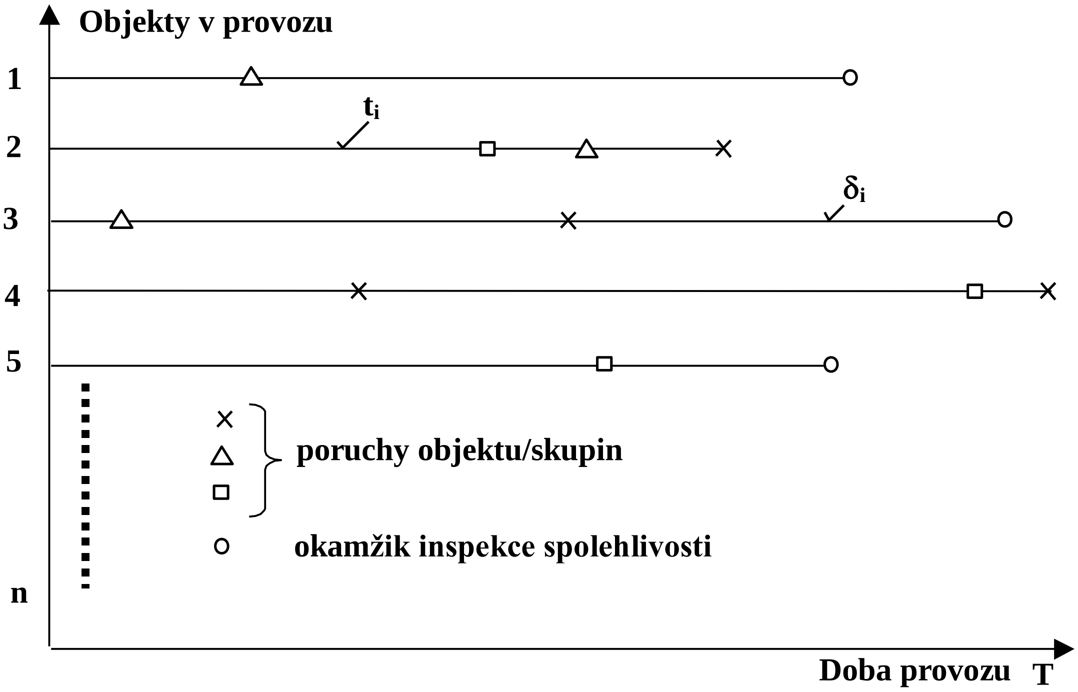
Obecně se všechny soubory údajů ze zkoušek skládají z těchto čtyř typů časových intervalů.

Z hlediska zaměření tohoto příspěvku jsou významné hlavně dva typy souborů – úplné soubory a obecně cenzurované soubory. Typický soubor informací o poruchách, pozorovaný na n současně sledovaných objektech ukazuje Obr.1.

Na obrázku jsou značkami (x, Δ, □) symbolicky naznačeny okamžiky vzniku poruch. Jednotlivé značky vyjadřují vznik poruch na konkrétních vybraných systémech, skupinách, agregátech a pod. Bez ohledu na to, zda sledujeme finální výrobek, nebo jeho zvolenou část (až do libovolné hloubky složitosti jeho členění), dostaneme v zásadě dva základní typy souborů o poruchách:

- úplné soubory;
- cenzurované soubory.

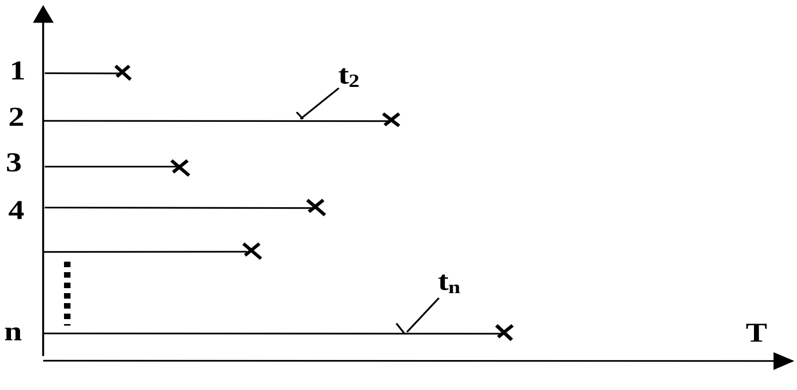
Každý typ souboru vyžaduje jiný přístup k jeho analýze a způsob zpracování.



Obr.1. Typický soubor provozních údajů o poruchách

3. Úplné soubory

Do této skupiny patří případy, kdy v průběhu sledovaného období (doby provozu) dojde u všech sledovaných výrobků k poruše. Formálně se tyto soubory označují [n, U, n(=r)].

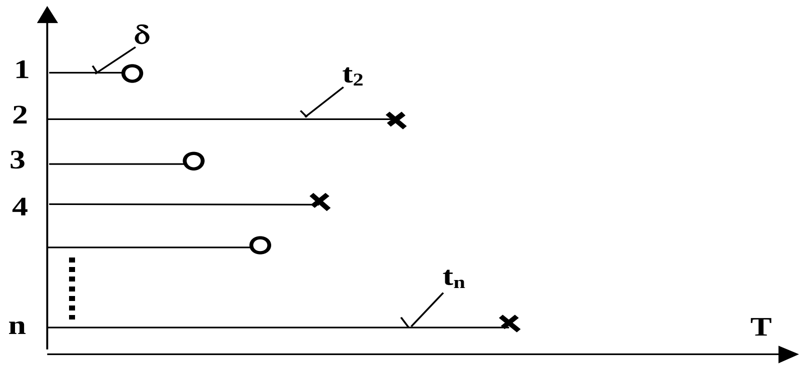


Obr.2. Úplný, necenzurovaný soubor

4. Progresivně cenzurované soubory

Do této skupiny patří případy cenzurované náhodně počtem poruch nebo dobou zkoušky. Vyznačují se tím, že zkoušky podle těchto plánů poskytují soubory údajů (intervalů dob do poruchy) různé délky a různého typu ukončení. Jedna podskupina všech zjištěných intervalů je ukončena poruchou, druhá dobou pozorování (bez poruchy). Tyto typy souborů se nazývají progresivně cenzurované soubory.

Věcně správná analýza uvedených typů souborů naměřených údajů je velmi důležitá pro volbu správného postupu výpočtu ukazatelů spolehlivosti.



Obr.3. Progresivně cenzurovaný soubor.

5. Výchozí výpočtové vztahy pro bodové odhady

V souvislosti se správným vyhodnocením provozních informací je nutné odvodit potřebné výpočtové vztahy pro odhady parametrů.

Při odhadu parametru rozdělení základního souboru má zvláštní význam statistika:

$$2\nu\frac{\hat{\Theta}}{\Theta_o} \quad \text{respektive} \quad 2\nu\left(\frac{\hat{\Theta}}{\Theta_o}\right)^{\beta}$$

pro kterou platí, že má tzv. chí-kvadrát rozdělení pro 2ν počet stupňů volnosti. Použité symboly mají následující význam:

Θ_0 - hledaný parametr rozdělení základního souboru (zde např. $\bar{t}, \bar{t}_{oo}$ apod.);

$\hat{\Theta}$ - je odhad parametru rozdělení, vypočtený ze zkoušeného vzorku;

β - parametr Weibullova rozdělení.

Uvedenou statistiku lze s výhodou použít pro odhad v následující podobě :

$$\Pr\left\{\chi^2_{(1-1/\gamma),2\nu} \geq 2\nu\frac{\hat{\Theta}}{\Theta_0} \geq \chi^2_{(1/\gamma),2\nu}\right\} = (1-\gamma) \tag{1}$$

pro exponenciální rozdělení nebo také:

$$\Pr\left\{\chi^2_{(1-\gamma/2),2\nu} \geq 2\nu\left(\frac{\hat{\Theta}}{\Theta_0}\right)^{\beta} \geq \chi^2_{(\gamma/2),2\nu}\right\} = (1-\gamma) \tag{2}$$

pro Weibullovo rozdělení.

Uvedené výrazy značí, že příslušná statistika leží ve vymezených mezích, tj. ve zvoleném konfidenčním intervalu $\left\langle \chi^2_{(1-\gamma/2),2\nu} ; \chi^2_{(\gamma/2),2\nu} \right\rangle$, s pravděpodobností (1-γ). Na platnosti těchto statistik jsou vybudovány jak bodové, tak i intervalové odhady parametrů rozdělení

Z výchozího vztahu (1) odvodíme snadno vztah pro jednostrannou konfidenční mez hledaného ukazatele základního souboru $\Theta_0 = \bar{t}_D$:

$$\bar{t}_D \geq \frac{2 \cdot T_{oE}}{\chi^2_{C,2\nu}} \tag{3}$$

Uvedený vztah je základním vztahem, platným pro odhad ukazatelů spolehlivosti a je na něm vybudována řada praktických postupů všech odhadů.
V uvedeném vztahu značí:

$\chi^2_{,(\gamma/2),2\nu}$ - hodnota chí-kvadrát rozdělení pro 2ν stupňů volnosti na úrovni konfidence γ/2.
T_{oE} - ekvivalentní (kumulovaná) doba trvání zkoušky (provozu);
n - počet zkoušených (sledovaných) výrobků v souboru (ve vzorku);
r - počet poruch vzniklých na souboru n výrobků během zkoušky (provozu);
C - požadovaná konfidenční úroveň vyhodnocení C = 1-γ
ν - počet stupňů volnosti : ν = (r+1) – pro cenzurované soubory;
ν = r – pro úplné soubory

6. Analýza úplných souborů

Při zkouškách opravovaných výrobků nejčastěji registrujeme posloupnost po sobě jdoucích poruch (nebo mezních stavů prvků) a veličin, které jsou s nimi spojeny. Takto získaná posloupnost náhodných údajů je souborem, který použijeme k výpočtu parametrů spolehlivosti.

U obnovovaných výrobků je důležitým parametrem spolehlivosti (konkrétně bezporuchovosti) střední doba mezi poruchami $\bar{t}$, střední doba (resp. pracnost) opravy $\bar{t}_{oo}$ (resp. $\bar{t}_{po}$) a součinitel střední pohotovosti $\bar{A}$. Určíme je z provozu, během kterého pozorujeme proud poruch a následných oprav. Jednotlivé doby provozu „od poruchy k poruše“ značíme t_i a doby oprav t_{oi}. Při pozorování doby mezi poruchami však, jak již bylo uvedeno, vznikají i intervaly, které nekončí jen poruchou, ale intervaly bezporuchového provozu δ_i. I tyto intervaly je třeba uvážit při výpočtu ukazatelů spolehlivosti. Vzhledem k tomu, že po každé poruše je výrobek na jistou dobu vyřazen ze zkoušky, součet dob provozu u jednotlivých výrobků se po ukončení zkoušky může lišit.

Bodový odhad střední hodnoty $\bar{t}$:

$$\bar{t} = \frac{T_{oE}}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} t_i \tag{4}$$

Dolní konfidenční mez ukazatele $\bar{t}_D$:

$$\bar{t}_D \geq \frac{2T_{oE}}{\chi^2_{C,2n}} = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{i=n} t_i}{\chi^2_{C,2n}} \tag{5}$$

7. Cenzurované soubory

Bodový odhad střední doby $\bar{t}$:

$$\bar{t} = \frac{T_{oE}}{r_0} = \frac{\sum_{i=1}^{i=r_0} t_i + \sum_{j=1}^{j=n-1} \delta_i}{r_0} \tag{6}$$

Dolní konfidenční mez ukazatele $\bar{t}_D$:

$$\bar{t}_D \geq \frac{2T_{oE}}{\chi^2_{C,(2r_0+2)}} = \frac{2 \cdot \left(\sum_{i=1}^{i=r_0} t_i + \sum_{j=1}^{j=n-1} \delta_i \right)}{\chi^2_{C,(2r_0+2)}} \tag{7}$$

Ve všech výpočtových vztazích vystupuje tzv. ekvivalentní doba zkoušky T_{OE}. Je to celková kumulativní doba trvání zkoušky, tj součet dob provozu do/mezi poruchami a součet všech dob bezporuchového trvání zkoušky.

$$T_{oE} = \sum_{i=1}^{i=r} t_i + \sum_{j=1}^{j=n} \delta_j \tag{8}$$

V podstatě se jedná o součet všech intervalů provozu, které byly ukončeny poruchou a součet všech intervalů, které byly cenzurovány časem (ukončením zkoušky).

8. Analýza souborů bez poruch

Takováto zkouška přichází do úvahy pouze v případě zkušebního plánu omezeného časem zkoušky [n, U, τ_0], kdy do okamžiku ukončení zkoušky, tj. během doby τ_0 nedojde k žádné poruše. Ekvivalentní (kumulativní) doba zkoušky v tomto případě bude :

$$T_{oE} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i \tag{9}$$

9. Extrémní případy zkoušek

Výpočtové vztahy pro intervalové odhady ukazatelů umožňují vyhodnocení i některých extrémních případů. Umožňují například vyhodnotit zkoušky i v následujících případech:

- zkouška jediného výrobku bez poruchy (r = 0, n = 1) :

$$\bar{t}_D \geq \frac{2\tau_0}{\chi^2_{C,2}} \tag{10}$$

- zkouška jediného výrobku do 1. poruchy (r = 1, n = 1) :

$$\bar{t}_D \geq \frac{2t_1}{\chi^2_{C,2}} \tag{11}$$

10. Graficko-analytický způsob odhadu

10.1 Logaritmický pravděpodobnostní papír.

Nejsnadnější metoda odhadu parametrů spolehlivosti (realizovatelná snadno i „ručně“) pro úplné (necenzurované) soubory a složitější zákony rozdělení pravděpodobnosti (jako je např. Weibullovo rozdělení) je metoda, využívající „logaritmický pravděpodobnostní papír“, vybudovaný pro daný typ zákona rozdělení pravděpodobnosti Jak již samotný název naznačuje, postup odhadu je založen na skutečném „vynesení“ souboru dat ze zkoušek spolehlivosti do grafu na speciálně zkonstruovaném tzv. Weibullově logaritmickém papíru. Distribuční funkce se na tomto grafu zobrazuje jako přímka, získaná lineární regresí v grafu zobrazeného souboru dat a odhad parametrů je potom odečten z grafu ve specifických bodech tohoto grafu. Tato metoda je velmi snadná, snadno se provádí i ručně a je zvláště vhodná a rychlá pro menší soubory dat, což jsou nejčastější případy odhadů u zkoušek spolehlivosti malých vzorků, zkoušek vysoce spolehlivých výrobků, časově omezených zkoušek, zkoušek životnosti prvků na stendech a v dalších podobných případech. Navíc je tato metoda velmi názorná a blízká inženýrským postupům.

Tvar a souřadnice Weibullova logaritmického papíru, v němž se distribuční funkce F(t) příslušného zákona rozdělení pravděpodobnosti zobrazuje jako přímka se získají vhodnou úpravou matematického výrazu pro F(t).

Tak např. pro dvouparametrické Weibullovo rozdělení je odvození vztahů a úprava následující. Pro distribuční funkci platí:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \tag{12}$$

Po dvojím logaritmování a po úpravě přejde rovnice (12) na tvar:

$$\ln\left[\ln\frac{1}{1-F(t)}\right] = \beta\ln(t) - \beta\ln(\alpha) \tag{13}$$

Z formálního hlediska představuje rovnice (13) rovnici přímky ve tvaru:

$$y = \beta t - \beta\ln(\alpha) \tag{14}$$

v souřadnicích pro nezávislou veličinu x bude měřítko v digramu:

$$x = \ln(t) \tag{15}$$

pro závisle proměnnou y bude měřítko v diagramu:

$$y = \ln\left[\ln\frac{1}{1-F(t)}\right] \tag{16}$$

Takže v uvedených souřadnicích představuje každá přímka distribuční funkcí Weibullova typu. Použitím vztahů pro x a y je možné vytvořit log-log papír na němž po vynesení experimentálně zjištěných dat ze zkoušky je možné provést odhad F(t). V tomto diagramu se každá distribuční funkce Weibullova typu zobrazí jako přímka, jejíž jisté charakteristické body jsou odhadem parametrů zákona rozdělení sledované veličiny.

Tak např. z rovnice (12) snadno odvodíme podmínku pro odhad parametru α. Ten najdeme jako kvantil distribuční funkce pro podmínku $t = \alpha$ bez ohledu na velikost druhého parametru. Takže bude:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\alpha}{\alpha}\right)^{\beta}\right] = 1 - \exp(-1) = 0{,}632 \tag{17}$$

Takže pro hodnotu distribuční funkce F(t) = 0,632, vynesené na ose y v log-log diagramu a v průsečíku této hodnoty s přímkou, představující (např. metodou lineární regrese) vyrovnaný soubor experimentálních bodů najdeme na ose x hledanou hodnotu parametru α (viz Obr.4).

Druhý parametr rozdělení β nalezneme z upravené rovnice (13):

$$\beta = \frac{y}{x/\ln(\alpha)} \tag{18}$$

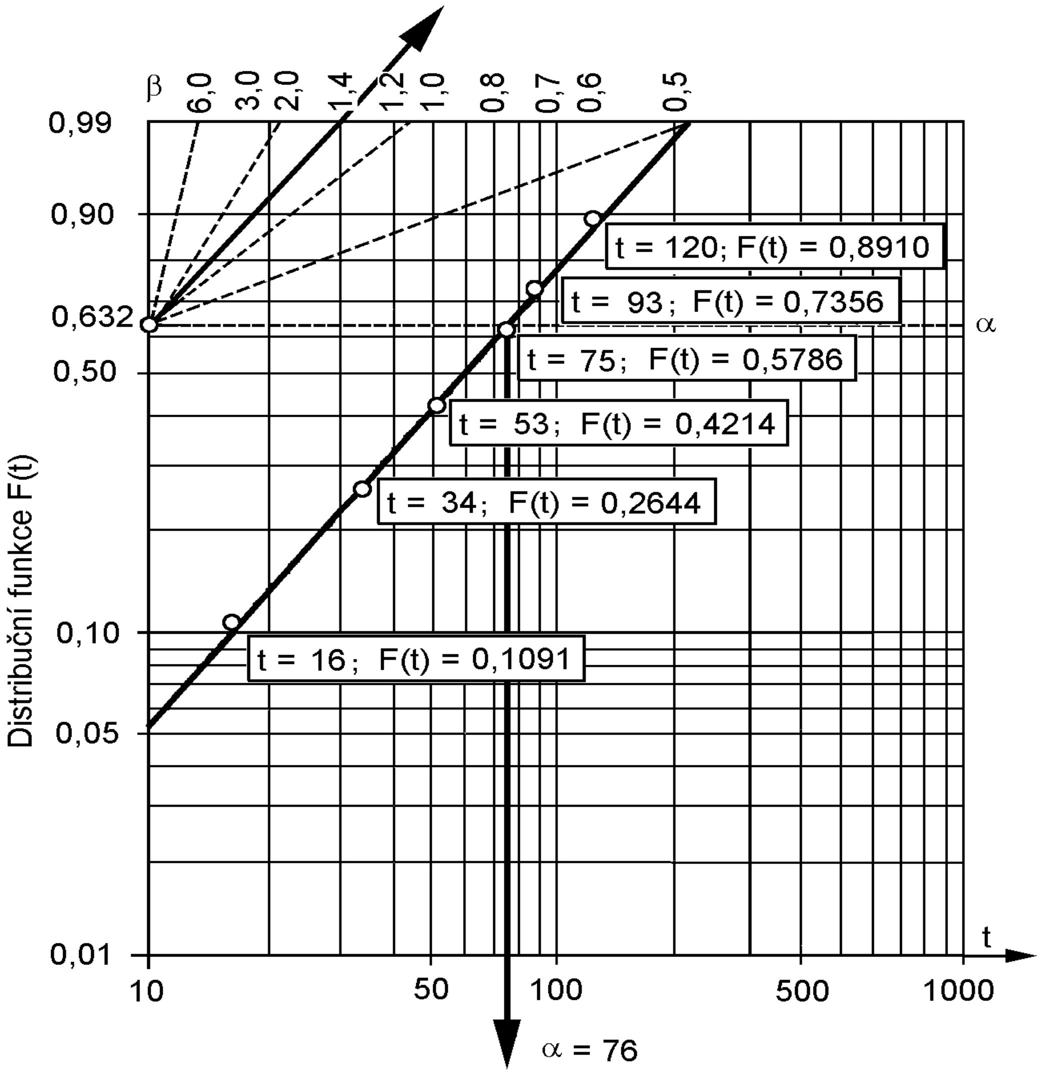
Podle této rovnice je v diagramu vybudována speciální stupnice pro odhad β. Její počátek (pól) je umístěn na hodnotě $F(t) = 0{,}632$ a v libovolné vzdálenosti $x/\ln(\alpha) \neq 0$ je umístěna osa a na ní vytvořena stupnice pro měřítko β (viz Obr.4).

Pro odhad hodnoty distribuční funkce $\hat{F}(t)$ v jednotlivých bodech a jejich parametrů se nejčastěji používá výpočtový vztah pro mediánovou hodnotu tohoto odhadu ve tvaru

$$M_e = \frac{i - 0.3}{N + 0.4} \tag{19}$$

kde: i - je pořadí poruchy (údaje) v setříděném souboru všech pozorovaných poruch

N - je celkový počet (dat) pozorovaných poruch ve zkoušce



Obr. 4 Grafický odhad parametrů α,β Weibullova rozdělení.

10.2 Příklad praktického použití metody

Ve zkoušce bezporuchovosti určitého výrobku byl pozorován soubor dob do poruchy, uvedený v následující tabulce (již setříděný).

Tab.1 Soubor údajů ze zkoušky

Pořadí poruchy	Doba do poruchy	Mediánové pořadí
1	16	0,1091
2	34	0,2644
3	53	0,4214
4	75	0,5786
5	93	0,7356
6	120	0,8910

Grafické zobrazení hodnot z tabulky popsanou metodou ukazuje Obr.4, v němž jsou též přímo vyznačeny odhadnuté parametry α, β rozdělení pravděpodobnosti poruchy.

11. Použitá literatura

[1] HOLUB, R.: Zkoušky spolehlivosti (Stochastické metody). Brno: Vojenská akademie Brno, 1992.

[2] CH. LIPSON, N. J. SHETH.: Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments; McGraw-Hill, N.Y. 1973.

[3] MIL-HDBK-781A - Reliability Test Methods, Plans and Environments for Engineering Development, Qualification and Production

[4] ČSN IEC 50(191) Mezinárodní elektrotechnický slovník – Kapitola 191: Spolehlivost a jakost služeb.

[5] ČSN IEC 605-4 Zkoušky bezporuchovosti zařízení. Část 4: Postup stanovení bodových odhadů a konfidenčních mezí z určovacích zkoušek bezporuchovosti zařízení.

[6] ČSN 60300-3-5 Management spolehlivosti – Část 3-5: Návod k použití – Podmínky při zkouškách bezporuchovosti a principy statistických testů

Nelsonova metoda zpracování dat
o spolehlivosti

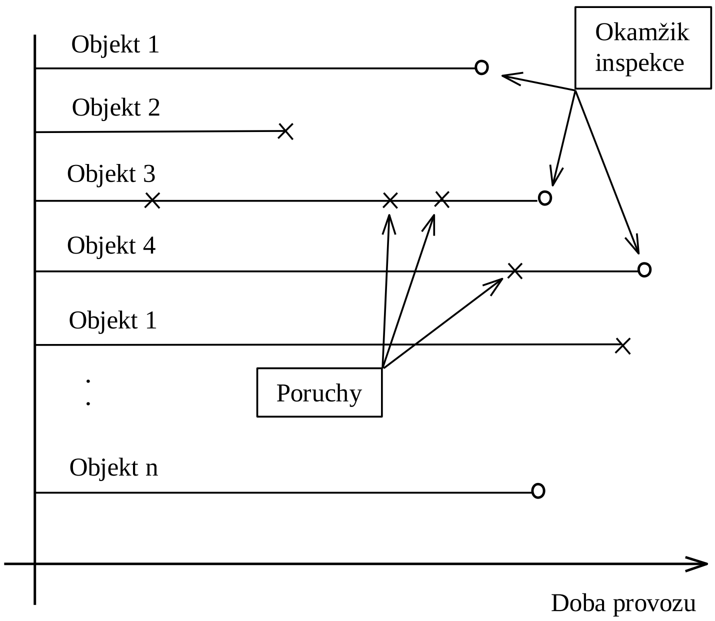
Doc. Ing. Zdeněk VINTR, CSc.

Úvod

Nelsonova metoda zpracování dat o spolehlivosti je určena především ke zpracování progresivně cenzurovaných souborů údajů o spolehlivosti, jako jsou například soubory údajů, které získáme při inspekci bezporuchovosti skupiny objektů v určitém časovém okamžiku. Obvykle tak získáme dva druhy údajů, jedny představují pozorované doby mezi poruchami (do poruchy) a druhé představují pozorované doby bezporuchového provozu – tj. časové intervaly, které nebyly ukončeny poruchou, ale okamžikem provádění inspekce. Příklad takového souboru dat je znázorněn na Obr. 1

Nelsonova metoda představuje metodu snadno aplikovatelnou, která zejména při využití výpočetní techniky a tabulkových procesorů umožňuje rychlé a poměrně přesné vyhodnocení dat o spolehlivosti. Vlastní aplikace metody předpokládá znalost typu rozdělení pravděpodobnosti náhodné proměnné, která má být s využitím metody zpracována.

V zásadě lze tuto metodu použít pro jakýkoliv typ rozdělení náhodné proměnné. Vzhledem k omezenému rozsahu příspěvku zde bude demonstrováno pouze použití metody při hodnocení bezporuchovosti objektu za předpokladu Weibullova dvouparametrického rozdělení náhodné proměnné – doby mezi poruchami.



Obr. 1 Příklad cenzurovaného souboru údajů o spolehlivosti v provozu

Weibullovo dvouparametrické rozdělení

Náhodná veličina x má Weibullovo rozdělení s parametry α, a β jestliže hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

(1)

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} \cdot x^{\beta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right]$$

Kde: x - sledovaná náhodná proměnná;
α - parametr polohy rozdělení;
β - parametr tvaru rozdělení;

Pro distribuční funkci Weibullova rozdělení platí:

(2)

$$F(x) = \int_0^x f(u) \cdot du = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right]$$

Intenzitu sledovaného jevu lze vyjádřit vztahem:

(3)

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta - 1}$$

a pro kumulativní intenzitu jevu platí:

(4)

$$H(x) = \int_0^x h(u) \cdot du = \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}$$

Střední hodnota Weibullova rozdělení je funkcí parametrů rozdělení a vypočte se ze vztahu:

(5)

$$E(x) = \alpha \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

Kde symbol Γ značí hodnotu „Gama funkce“ příslušného argumentu. Tato funkce je tabelovaná.
Weibullovo rozdělení popisuje mnoho praktických případů výskytu jevů v mnoha technických oborech. Používá se tehdy, když nelze přijmout předpoklad o konstantní intenzitě jevu. Ve spolehlivosti je toto rozdělení široce využíváno pro popis dob spojených s poruchami, tak i dob nápravné údržby. Rozdělení s parametrem $\beta > 1$ umožňuje dobrý popis bezporuchovosti a životnosti objektů u kterých se výrazně projevuje vliv opotřebení, únavy, koroze a dalších degradačních procesů. Rozdělení s parametrem $\beta < 1$ umožňuje popis bezporuchovosti v počátečních fázích provozu kdy se projevují výrobní vady.

V případě, že platí $\beta = 1$ přechází Weibullovo rozdělení do exponenciálního rozdělení, které je vlastně jeho zvláštním případem.

Teoretická východiska Nelsonovy metody

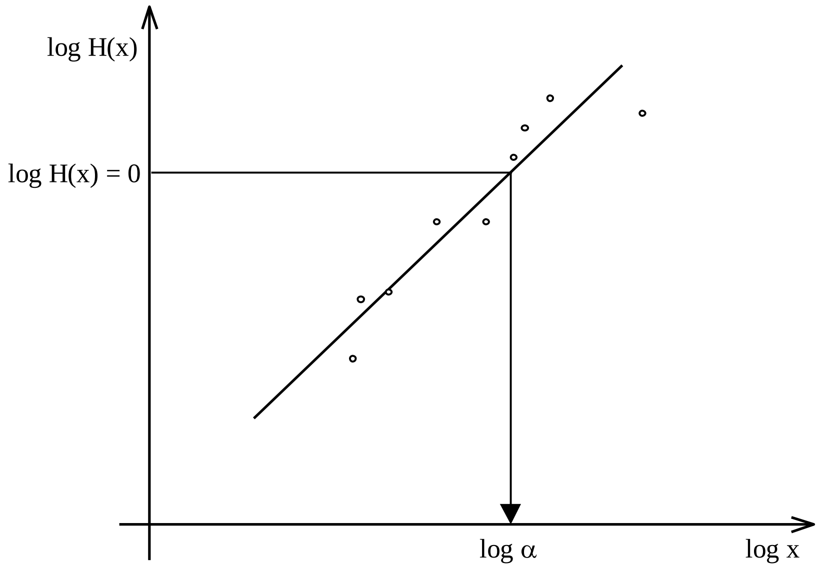
Metoda využívá ke zpracování kumulativní intenzitu H(x), která je vyjádřena rovnicí (3). Zlogaritmování této rovnice a její vhodnou úpravou obdržíme její následující tvar:

(6)

$$\log H(x) = \beta \cdot \log x - \beta \cdot \log \alpha$$

Ve vhodné souřadné soustavě, kde na vodorovnou osu vynášíme hodnoty log x a na svislou osu hodnoty log H(x), se závislost vyjádřená touto rovnicí zobrazí jako přímka. Pokud tedy vhodným způsobem vyneseme sledované údaje o spolehlivosti z provozu do příslušných logaritmických souřadnic, můžeme snadno provést odhad kumulativní intenzity tak, že vynesenými body proložíme přímku. Takto odhadnutá kumulativní intenzita potom umožňuje snadné určení příslušných parametrů rozdělení respektive ukazatelů spolehlivosti.
Z rovnice (4) jednoduše odvodíme podmínku pro odhad parametru α. Ten najdeme pro takovou hodnotu H(x), která vyhovuje podmínce $x = \alpha$ a to bez ohledu na velikost druhého parametru. Této podmínce vyhovuje hodnota H(x)

= 1. V jejím průsečíku s přímkou, představující (např. metodou lineární regrese) vyrovnaný soubor experimentálních bodů najdeme na vodorovné ose hledanou hodnotu parametru α (viz *Obr.2*).



Obr.2 Princip určení parametru α

Druhý parametr rozdělení β potom můžeme určit z upravené rovnice (6):

(7)

$$\beta = \frac{\log H(x)}{\log x - \log \alpha}$$

do které za x dosadíme libovolnou hodnotu pro kterou platí $x \neq \alpha$ a potřebné hodnoty pro výpočet odečteme z grafu.

Praktické použití Nelsonovy metody

Praktickým problémem při aplikaci naznačené metody je určení hodnot kumulativní intenzity z prakticky naměřených údajů o spolehlivosti. Dále je naznačen postup, který navrhl pan Nelson podle něhož byla také metoda nazvána. Praktické použití metody bude vysvětleno na příkladu vyhodnocení bezporuchovosti, kdy se s využitím metody zpracovává progresivně cenzurovaný soubor údajů o době mezi poruchami, který byl získán pozorováním objektu (objektů) v provozu.
Z celkového souboru N údajů se jedná v n případech o údaje o době mezi poruchami (časové intervaly ukončené poruchou) a v N – n případech jde o údaje o době bezporuchového provozu (časový interval nebyl ukončen poruchou).
Celý soubor N hodnot setřídíme do neklesající posloupnosti :

(8)

$$x_1^* \leq x_2^* \leq x_3 \leq x_4 \leq ..... \leq x_i^* \leq .....x_N$$

kde údaje s hvězdičkou představují pozorované doby mezi poruchami (intervaly ukončené poruchou).
Další řešení je založeno na zjednodušeném odhadu hustoty pravděpodobnosti rozdělení ve tvaru:

(9)

$$f(x_i) = \frac{1}{N},$$

které vyhází z předpokladu, že každá naměřená hodnota se v souboru vyskytuje právě jednou a tedy s výše naznačenou frekvencí.

Distribuční funkci potom lze potom v souladu s rovnicí (2) vyjádřit vztahem:

(10)

$$\hat{F}(x_j) = \sum_{i=1}^{i=j-1} \hat{f}(x_i) = \sum_{i=1}^{i=j-1} \frac{1}{N} = \frac{j-1}{N}$$

S využitím rovnic (9) a (10) lze již také podle vztahu (3) vyjádřit vztah pro odhad intenzity poruch:

(11)

$$\hat{\lambda}(x_i) = \frac{\hat{f}(x_i)}{1-\hat{F}(x_i)} = \frac{\frac{1}{N}}{1-\frac{i-1}{N}} = \frac{1}{N-i+1}$$

Kumulativní intenzitu poruch potom v souladu s rovnicí (4) lze vyjádřit vztahem:

(12)

$$\hat{H}(x_j) = \sum_{i=1}^{i=j} \hat{\lambda}(x_i) = \sum_{i=1}^{i=j} \frac{1}{N-i+1}$$

Výraz $N - i + 1$ ve výše uvedených rovnících vyjadřuje inverzní pořadí i-tého údaje v souboru a v odhadu parametrů hraje důležitou roli, protože pouze na něm a na celkovém rozsahu souboru N je závislá hodnota kumulativní intenzity.
Při vlastním vyhodnocení pak postupujeme tak, že podle těchto zjednodušených vztahů provedeme výpočet a získané hodnoty zapíšeme do tabulky (viz Tabulka 1), přičemž úplný výpočet, tj. určení intenzity poruch a kumulativní intenzity poruch se provede pouze pro údaje s hvězdičkou *, kterých je právě n a značí údaje o dobách mezi poruchami (označují intervaly ukončené poruchou).

Takto jsme získali n dvojic hodnot x_i^* a $\hat{H}(x_i^*)$, které s využitím příslušného logaritmického papíru a výše uvedených vztahů již můžeme vyhodnotit.

Tabulka 1 Příklad tabulky pro vyhodnocení dat o spolehlivosti

Pořadové číslo údaje i	Uspořádané hodnoty x_i	Inverzní pořadí v souboru $N - i + 1$	Intenzita poruch $\hat{\lambda}(x_i^*)$ jen pro *	Kumulativní intenzita $\hat{H}(x_i^*)$
1	x_1^*	N	1/N	$H(x_{1*})$
2	x_2^*	N-1	1/(N-1)	$H(x_{2*})$
3	x_3			
i-1				
i	x_i^*	N – i + 1	1/(N - i +1)	$H(x_{j*})$
i+1				
N –1		2		
N	x_N	1		

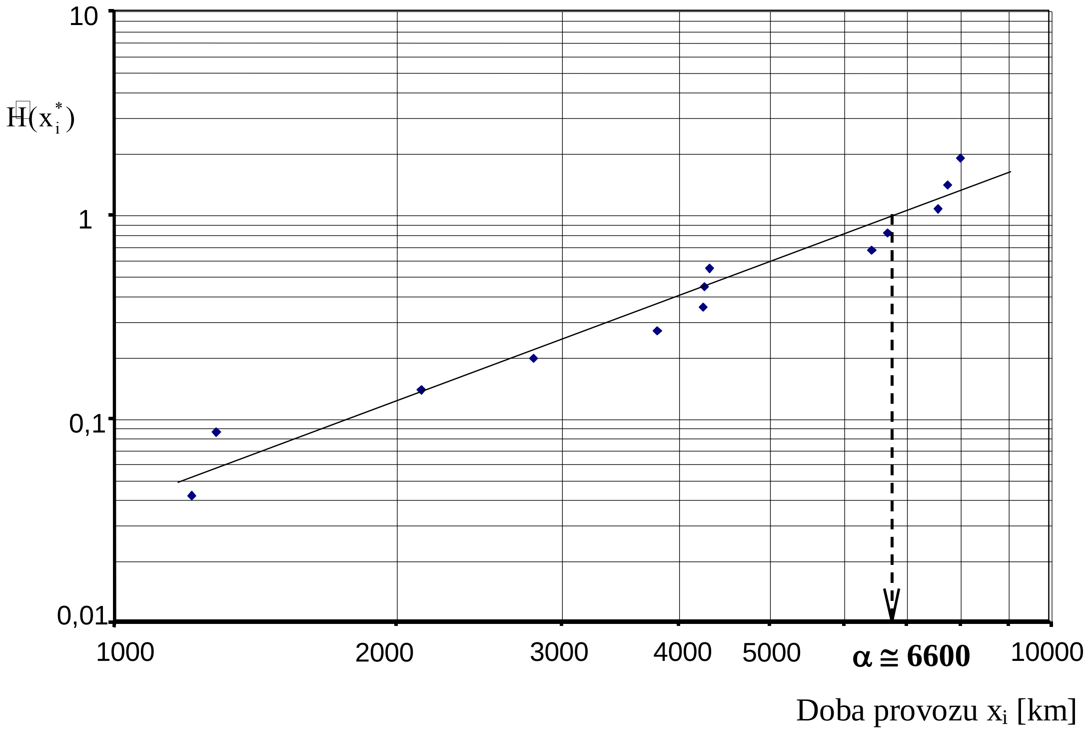
Příklad použití metody

V tabulce 2 je uveden soubor údajů získaných při sledovaní bezporuchovosti převodovky těžkého pásového vozidla. V okamžiku inspekce bylo k dispozici 13 údajů o době mezi poruchami (intervaly ukončeny poruchou - označeny křížkem) a 16 údajů o době bezporuchového provozu (intervaly byly ukončeny okamžikem inspekce). Doba provozu převodovek byla sledována v počtu ujetých kilometrů a zjištěné údaje jsou v tabulce vzestupně setříděny.

Tabulka 2 Vyhodnocení bezporuchovosti převodovky

Pořadové číslo údaje i	Doba provozu [km] x_i	Interval ukončen poruchou	Inverzní pořadí údaje	Intenzita poruch $\hat{\lambda}(x_i^*)$	Kumulativní intenzita $\hat{H}(x_i^*)$
1	110		29		
2	539		28		
3	543		27		
4	718		26		
5	995		25		
6	1210	X	24	0,041667	0,041667
7	1286	X	23	0,043478	0,085145
8	1462		22		
9	1563		21		
10	1574		20		
11	2129	X	19	0,052632	0,137777
12	2523		18		
13	2807	X	17	0,058824	0,1966
14	3152		16		
15	3766		15		
16	3802	X	14	0,071429	0,268029
17	4150		13		
18	4255	X	12	0,083333	0,351362
19	4268	X	11	0,090909	0,442271
20	4322	X	10	0,1	0,542271
21	6247		9		
22	6439	X	8	0,125	0,667271
23	6696	X	7	0,142857	0,810128
24	7298		6		
25	7350		5		
26	7576	X	4	0,25	1,060128
27	7760	X	3	0,333333	1,393462
28	8002	X	2	0,5	1,893462
29	9792		1		

Údaje o bezporuchovosti převodovek byly zpracovány Nelsonovou metodou a určené hodnoty kumulativní intenzity byly vyneseny do grafu a odečtením byla stanovena hodnota parametru $\alpha \cong 6600$ km (viz Obr. 3).



Obr. 3 Grafické vyhodnocení bezporuchovosti převodovky

Dále byla z grafu odečtena hodnota $\hat{H}(x = 3000) = 0{,}23$ a dosazením do rovnice (7) byla určena hodnota parametru β:

$$\beta = \frac{\log H(x)}{\log x - \log \alpha} = \frac{\log 0{,}23}{\log 3000 - \log 6600} = 1{,}86$$

S využitím příslušných matematických tabulek byla určena hodnota odpovídající hodnota gama funkce:

$$\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 0{,}887$$

a podle rovnice (5) také střední doba mezi poruchami převodovky:

$$MTBF = \alpha \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 6600 \cdot 0{,}887 = 5854\,\mathrm{km}$$

Použitá literatura

[1] Nelson, W.: Applied Life Data Analysis. New York: John Wiley 1982.

[2] Holub, R.: Zkoušky spolehlivosti vojenské techniky. Brno: Vojenská akademie 1994.

[3] Holub, R. a Vintr, Z.: Základy spolehlivosti. Brno: Vojenská akademie 2002.