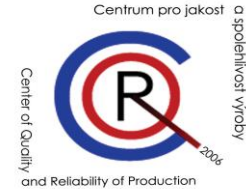




**ČESKÁ SPOLEČNOST PRO JAKOST**  
Novotného lávka 5, 116 68 Praha 1  
Odborná skupina statistických metod

**CENTRUM PRO JAKOST A SPOLEHLIVOST VÝROBY**  
České vysoké učení technické v Praze, Strojní fakulta  
Karlovo nám. 13, 121 35 Praha 2



# Ekonomické aspekty statistické regulace

**21. května 2009 od 14 h do cca 16 h**  
ČSVTS – sál č. 414  
Praha 1, Novotného lávka 5

Eliška Cézová

# ČSN ISO 11462-1: „*Směrnice pro uplatňování statistické regulace procesu (SPC) část 1: Prvky SPC*“

# ČSN ISO 11462-1



Tato norma se skládá z cílů SPC a 20 prvků systému statistické regulace procesu.

Cíle statistické regulace procesu:

- prohlubovat znalosti o procesu;
- řídit proces tak, aby se choval požadovaným způsobem;
- snižovat kolísání parametrů konečného produktu nebo zlepšovat dosaženou úroveň jinými způsoby.



# Další cíle SPC

Společným ekonomický cílem statistické regulace procesu je zvýšit prospěšné výstupy procesu vyrobené při daném množství zdrojových výstupů.

Pokud se efektivně uplatňuje SPC, snižují se náklady a zvyšuje se zisk těmito způsoby:

- nejehospodárnějším řízením procesu s cílem dosáhnout vyšší konzistence a zlepšení;
- poskytnutím signálů a důkazů o tom, jak se proces chová a jak se pravděpodobně bude chovat;
- zvýšením znalostí o tom, jak příčiny kolísání systému ovlivňují proces, mohou být uskutečněna zlepšení procesu;
- aj.



# Finanční motivace pro SPC



Způsoby, jak měřit finanční náklady a přínosy z uplatnění SPC proti určité alternativě, zahrnují:

- sběr informací o nákladech výrobce, jako jsou náklady na sešrotování, třídění, přepracování, opravy zařízení, doby nepoužitelného stavu a na výpadky v dodávkách proudu;
- sběr informací o nákladech odběratele vzniklých v průběhu životního cyklu produktu;
- odhady rozsahů obchodních ztrát z pracovních příležitostí (nespokojenost zákazníků – konkurence);
- odhady přínosů ostatních útvarů organizace (návrh a vývoj, údržba);
- kvantifikování přínosů všech útvarů organizace z rychlého odstraňování poruch a větší potenciál pro inovaci procesu nebo produktu.

# Podmínky pro statistickou regulaci



- 1) **podpora managementu** – management dodavatele má dokumentovat, uplatňovat a udržovat svoji neustálou podporu SPC;
- 2) **porozumění nástrojům a metodám SPC** – u všech zainteresovaných zaměstnanců zapojených do SPC nechat řádně zaškolit;
- 3) **system managementu jakosti (kvality)** – dle normy ČSN EN ISO 9001:2009 – systém managementu kvality (požadavky).

# 20 prvků systému SPC



1. Dokumentace procesu a plán procesu
2. Určení cílů procesu a mezí
3. Hodnocení a regulace měřicího systému
4. Dokumentované pracovní instrukce
5. Školení zaměstnanců a jejich zapojení do práce s daty o procesu
6. Zaznamenávání a sběr dat o procesu
7. Sledovatelnost a identifikace posloupnosti produkce
8. Hodnocení úrovně dosažené subdodavatelem
9. Posloupnost vstupů do procesu
10. Provozní deník procesu



# 20 prvků systému SPC

11. Bezporuchovost procesu
12. Systém monitorování výstupů z procesu
13. Systém regulace procesu
14. Posouzení krátkodobé variability
15. Posouzení dlouhodobé variability
16. Sdělování výsledků z analýzy procesu
17. Zákaznický informační servis
18. Interní audity SPC
19. Projekty a týmy SPC
20. Zlepšování procesu optimalizace a odstraňování potíží



# 1. prvek systému SPC

## Dokumentace procesu a plán procesu

(kde se upravuje tvar, seřízení, funkce nebo vhodnost pro použití).

Dokumentace má obsahovat:

1. **sestrojení vývojového diagramu** ( vstupy a výstupy z procesu, toky procesu, body měření v procesu, smyčky návraty do procesu, hranice procesu);
2. **identifikování potenciálních parametrů procesu** (technické expertízy, periodicky opakované zkoušky shody, funkční a zrychlené zkoušky, systém pro včasnou zpětnou vazbu od zákazníka);
3. **posuzování, jak parametry procesu a parametry produktu ve výrobním procesu mohou ovlivňovat tvar, seřízení, funkci a vhodnost pro použití zákazníkem;**
4. **určení očekávání** (parametry procesu, produktu ve výrobním procesu a konečného produktu), **kde tyto parametry napomohou k identifikaci opomenutí v plánu regulace;**
5. **identifikování, které parametry je efektivní měřit, kde, kdy a jak často;**
6. **identifikování, které zbývající parametry mohou být posuzovány kontrolou srovnáváním;**
7. **vyjádření v plánu opatření při statisticky nezvládnutém procesu co udělat při signálech, že proces není statisticky zvládnut (opatření k nápravě).**

## 2. prvek systému SPC



### Určení cílů procesu a mezí

Cílové hodnoty a mezí mají zahrnovat:

- kvantifikace cílových hodnot a provozních mezí;
- přezkoumání cílových hodnot nebo provozních mezí;
- identifikování problémů, které ovlivňují nastavení cílů a mezí;
- čerpání z meziodvětvových pracovních zkušeností při nastavování cílů a mezí.

# 3. prvek systému SPC



## Hodnocení a regulace měřicího systému

Napomáhá k minimalizaci rizika, že vznikne falešný signál nebo zákazník dostane vadný výrobek.

- vyhodnocování přiměřenosti nejistoty systému měření v rozsahu podmínek, v nichž systém pracuje (přesnost, opakovatelnost, reprodukovatelnost, linearitu, stabilitu v rozsahu podmínek – použití metod SPC např. regulační diagramy);
- stanovení kritérií pro přijatelnou nejistotu v měřicím systému;
- periodické auditování nebo ověřování kalibrace zařízení;
- dokumentování podmínek periodického ověřování kalibrace;
- zachovávání dat o výsledcích měření získaných právě před kalibrací;
- nastavení intervalů mezi kalibracemi, vytvoření postupů k identifikaci, kdy izolovat nebo stáhnout z oběhu produkt;
- doplnění hodnocení měřicího systému analýzami tolerancí založenými na datech daných specifikací dodaných s měřicím systémem;
- dokumentování omezení při vyhodnocování a regulaci měřicího systému (předcházet kalibrování systému měření vně fyzikálních mezí daných technologií – může přispívat ke zvětšování nejistoty měřicího systému).

# 4. prvek systému SPC



## Dokumentované pracovní instrukce

Dokumentování pracovních instrukcí, využívání meziodvětvových pracovních zkušeností k přípravě a k periodickému hodnocení vyváženosti instrukcí.

- dokumentování postupů výrobních, měřicích, kontrolních, zkušebních procesů a procesu údržby;
- dokumentování postupů nebo regulačních algoritmů pro (nastavení procesu, provoz, monitorování a regulování procesu, detekování nedostatků ve vstupech do procesu, regulovaných proměnných a výstupech z procesu, reagování na podmínky, kdy proces není ve statisticky zvládnutém stavu, odstraňování potíží s narušováním procesu);
- periodické přezkoumávání pracovních instrukcí z hlediska přiměřenosti a srozumitelnosti pro zaměstnance.



# 5. prvek systému SPC

## Školení zaměstnanců a jejich zapojení do práce s daty o procesu

Zaměstnanci by měli být vyškolení v získávání a využívání dat o procesu. Ty se potom podílejí na rozhodování, které parametry se mají měřit a jak se budou měřit, jak data sbírat, interpretovat a jak s nimi nakládat.

- příprava plánu a instrukcí pro sběr dat;
- postupy pro navrhování, zavádění a zkoušení systému regulace a nástroje a postupy pro odběr vzorků;
- identifikování a získávání jakýchkoliv zařízení pro regulaci, zpracování, kontrolu nebo monitorování;
- identifikaci jakýchkoliv požadavků na měření, které přesahují známý stav techniky v regulaci procesu v době, která je dostatečná pro rozvoj nezbytných schopností měření;
- posouzení inherentní způsobilosti systému měření a jeho způsobilosti vzhledem k systému pro regulování určitého procesu;
- určení standardů přijatelnosti a integrity dat o procesu (subjektivní, nepozorovatelné nebo neměřitelné prvky);
- identifikaci, přípravu a uchování záznamů dat, týkajících se procesu;
- zlepšování integrity, interpretace a analýzy záznamů s daty o procesu.

# 6. prvek systému SPC



## Zaznamenávání a sběr dat o procesu

Navržení, vytváření, udržování a přezkoumání ručního či automatizovaného systému pro záznam časového sledu údajů o procesu.

- plánování systému k tomu, aby dřívější data byla použita pro identifikaci teoreticky vymezených příčin kolísání v procesu;
- dokumentování rozhodnutí o odběru vzorků – zahrnuje např. (základ pro vytvoření podskupin, rozsah výběru, kontrolní interval, stratifikaci při odběru vzorků, strategii znáhodnění, rozmístění odběrů, odpovědnosti za odběr vzorků, pořadí měření vzhledem k pořadí výroby, periodické přezkoumávání rozhodnutí o vlastním vzorkování);
- určení, která souhrnná data se mají uchovat pro identifikování charakteristických seskupení v kolísání a zjišťování jejich vazby s vymezenými příčinami;
- periodicky provádět audit systému udržování údajů včetně dodržování rozhodnutí o vzorkování.

# 7. prvek systému SPC



## Sledovatelnost a identifikace posloupnosti produkce

Určení, vytváření a udržení sledovatelnosti produktu a identifikace posloupnosti produkce.

- identifikace posloupností produktů nebo výstupů procesu;
- rozvoj schopnosti zákazníka uvést do vztahu vhodnost použití a posloupnost produkce;
- identifikaci zdrojových vstupů do procesu, jako je materiál, práce a vybavení použité k vytvoření určitého množství výstupů z procesu;
- udržení systému dokumentování odchylek praxe od tohoto požadavku (identifikace vymezitelné příčiny kolísání, která není monitorována);
- udržování dat o výběrech nebo souhrnných dat o výstupech z procesu (prověření vhodnosti pro použití);
- vyžadování sledovatelnosti a identifikace posloupností produkce v zásobovacích tocích od subdodavatelů.

# 8. prvek systému SPC



## Hodnocení úrovně dosažené subdodavatelem

Určení, vytváření a udržení systému k získání informací o kolísání parametrů ve vstupním produktu, zahrnuje:

- **hodnocení dosažené úrovně procesu u dodavatele a záruku**, že proces regulace u subdodavatele splňuje příslušné prvky této části ISO 11462;
- **zjišťování ukazatelů výkonnosti u specifických dodávek produktů, služeb nebo transakcí;**
- **hodnocení a sdělování informací o plánu regulace u subdodavatele a změnách v procesu směrem k dodavateli;**
- **stanovování způsobilosti procesu u subdodavatele.**



# 9. prvek systému SPC



## Posloupnost vstupů do procesu

Vytváření a udržení systému pro použití vstupů do procesu jako je materiál nebo data ve stejném časovém pořadí nebo posloupnosti, v jakém byly vyrobeny nebo získány.

- **dokumentování, když vstupní zdroje jsou známy** (znalost co je v posloupnosti produkce v pořádku a co u ní není v pořádku, neboť se může projevit jako zvláštní nebo vymezitelná příčina kolísání);
- **nastavení systému**, aby dokumentoval a přezkoumával odchylky praxe od zavedeného systému a **aby pomohl identifikovat potenciální zdroje opakujících se narušení procesu** a závažné jevy pro proces.

(Nakupování, objednávání, skladování, přejímání, manipulace, vytváření harmonogramů a uvádění zdrojů vstupujících do procesu)

# 10. prvek systému SPC



## Provozní deník procesu

Vytvoření, udržení a zaznamenávání procesu do deníku pro podchycení důležitého narušení procesu (seřízení procesu), který zahrnuje:

- zaznamenávání důležitých narušování procesu v posloupnostech, ve kterých nastala;
- zaznamenávání provozních změn nebo seřízení procesu;
- určování souvislostí mezi změnami procesu a časovým řazením;
- používání dat z provozních deníků procesu k identifikování, které příčiny narušování procesu by mohly být minimalizovány, a vyhodnocení možných zisků z minimalizování jednotlivých příčin narušování;
- používání dat z provozních deníků procesu k identifikování a snižování nadměrného počtu seřizování procesu, které mají kompenzovat kolísání procesu, avšak sama kolísání procesu zvyšují.

# 11. prvek systému SPC



## Bezporuchovost procesu

Vytvoření a udržení systému údržby a bezporuchovosti procesu pro navrhování, zkoušení, validování a opravování zařízení a postupy pro podporu dokumentace.

- stanovení požadavků na životnost, bezporuchovost, udržovatelnost a pohotovost zařízení a specifikování vhodných ukazatelů pro monitorování poruch a oprav (střední doba do poruchy (obnovy či opravy), střední doba mezi poruchami);
- provádění analýzy druhů poruchových stavů a jejich důsledků (FMEA) a analýzy poruch (identifikování potenciálních druhů poruch a jejich důsledků);
- sběr dat o spolehlivosti během přejímacích zkoušek zařízení a použití těchto dat k rozvoji informační základny o bezporuchovosti;
- uplatňování vhodného sběru dat a zpětnovazebního systému pro zaznamenávání poruch a ukazatelů výkonu oprav.

# 12. prvek systému SPC



## System monitorování výstupů z procesu

Určení, vytváření a udržení systému monitorování výstupů z procesu.

- sledování výstupů z procesu v čase a vkládání dat do poznámek týkající se narušení či seřízení procesu;
- vyšetřování zřejmých příznivých měření na výstupu z procesu;
- porovnávání výstupu z procesu s cílovými hodnotami a mezemi danými specifikací;
- iniciování reakce na jakoukoliv zjištěnou důležitou odchylku;
- analyzování dříve získaných výstupů z procesu se zpětnou vazbou výsledků na ty, které mohou ovlivnit změnu.

# 13. prvek systému SPC



## Systém regulace procesu

Vytvoření a udržení statistického systému regulace procesu se záměrem monitorovat a regulovat příslušné parametry procesu.

- realizace plánu regulace a jeho podpůrných systémů pro sběr dat;
- určení odpovědnosti, kdy proces není ve statisticky zvládnutém stavu;
- je-li parametr vně svých předepsaných mezí;
- provedení opatření k prevenci neshodných výstupů dříve než se dostanou k zákazníkovi;
- analyzování dříve získaných dat o parametrech procesu se zpětnou vazbou výsledků na ty pracovníky, kteří mohou ovlivnit změnu;
- použití výsledků k periodickému přezkoumávání plánu regulace a jeho podpůrného systému a ke zlepšování jeho schopnosti snižovat kolísání a jeho vhodnosti pro uspokojení potřeb zákazníka.

# 14. prvek systému SPC



## Posouzení krátkodobé variability

- prozkoumání dat o procesu v časovém sledu produkce ke zjištění, zda data kolísají v krátkém časovém intervalu;
- hodnocení rozdělení dat a velikosti kolísání dat;
- prošetření dat o seskupení kolísání uvnitř (mezi skupinami dat);
- identifikování vztahů mezi parametry procesu;
- omezení faktorů přispívajících ke kolísání parametrů procesu, aby se izoloval vliv změněné hodnoty;
- posouzení variability nových vstupů procesu (pracovníci, stroje a materiál);
- systematické provádění navržených zkušebních běhů pomocí malých množství výběrových dat získaných v krátkém časovém úseku;
- ponechání procesu, aby pracoval za obvyklých výrobních praktik a podmínek a za obvyklého dodržování dokumentovaných provozních postupů, aby to umožnilo posouzení možné variability procesu;
- zaznamenávání vymezených příčin kolísání, včetně identifikace těch příčin, jejichž vyloučení je v současné době omezeno;
- zaznamenávání možných faktorů, jejich vliv není v datech měřen nebo v současné době nejsou již měřitelné.

# 15. prvek systému SPC



## Posouzení dlouhodobé variability

Je-li proces ve statisticky zvládnutém stavu a všechny vymezené příčiny jsou známy, bylo by vhodné posoudit dlouhodobou způsobilost a parametry dosažené úrovně procesu.

- prozkoumání dat v posloupnosti, která odpovídá časovému sledu produkce, aby se ukázalo jak tato data kolísají v delším časovém intervalu (CUSUM);
- hodnocení rozdělení dat a velikosti kolísání v datech odebraných v průběhu delšího časového intervalu, kdy je proces ve statisticky zvládnutém stavu;
- identifikování seskupení – kolísání uvnitř podskupin;
- identifikování vzájemných vztahů mezi parametry procesu;
- posouzení způsobilosti a dosažené úrovně procesu
- identifikování příčin kolísání, jejichž odstranění je v současné době omezeno;
- identifikování důležitých faktorů, jejichž vlivy nejsou v současné době měřeny nebo jejich provozní rozsah je nuceně omezen, k identifikování vymezené příčiny kolísání nezachycené při posuzování dlouhodobé variability.

# 16. prvek systému SPC



## Sdělování výsledků z analýzy procesu

Pro snížení předvýrobních nákladů, pro urychlené zavedení nového produktu a odstranění zbytečných operací má dodavatel navrhnout, aplikovat a udržovat metody pro sdělování výsledků a monitorování procesu, o posuzování dosažených úrovní o analýze :

- těm, kteří se podílejí na chodu procesu a technicky ho řídí;
- těm, kteří pracují na návrzích a vývoji;
- zákazníkům;
- vnitřním dodavatelům nebo subdodavatelům;
- vedení.



# 17. prvek systému SPC



## Zákaznický informační systém

Informuje o vhodnosti produktu pro použití zákazníkem.

- **záznamy o konzistenci, vhodnosti pro použití nebo životnosti;**
- **používání informací z těchto záznamů ke zlepšení procesu nebo produktu;**
- **dokumentování systému použitého měření.**

# 18. prvek systému SPC



## Interní audit SPC

Vnitřní audit SPC má zahrnovat ověření, že:

- je uplatňován **plán regulace procesu**;
- **data o procesu jsou shromažďována** a používána tak, jak je předepsáno;
- **regulace procesu jsou efektivní**;
- **opatření k nápravě nebo regulační opatření se provádějí tak, aby se předešlo opakovanému narušování procesu**;
- **pro každou operaci existují podle potřeby pracovní instrukce**;
- **práce je prováděna v souladu s dokumentovanými instrukcemi**.

# 19. prvek systému SPC



## Projekty a týmy SPC

Plánování a vytváření projektů podle potřeby  
a podle potřeby je zavádět pomocí týmů.

Např. zlepšení návrhu zařízení může selhat  
na návrhu zaměřeném na snížení kolísání  
parametrů konečného produktu týkajících  
se nejkritičtějších montážních podskupin.

# 20. prvek systému SPC



## Zlepšování procesu, optimalizace a odstraňování potíží

- zlepšování procesu, aby se snížily náhodné příčiny kolísání tím, že se zabrání vymezitelným příčinám kolísání při ovlivňování procesu;
- optimalizaci procesu, aby se předešlo působení vymezitelných příčin kolísání na ovlivňování procesu a aby se lépe nastavily hodnoty parametrů procesu;
- odstraňování poruch procesu a souběžného vyšetřování s cílem snížit vliv zvláštních jevů a narušování v procesu.

Pokud je to vhodné znovu aplikovat 20 prvků systému SPC a jeho cíle.

# Úloha RD



Zvláštní příčinu variability je třeba

***identifikovat,***

***odstranit***

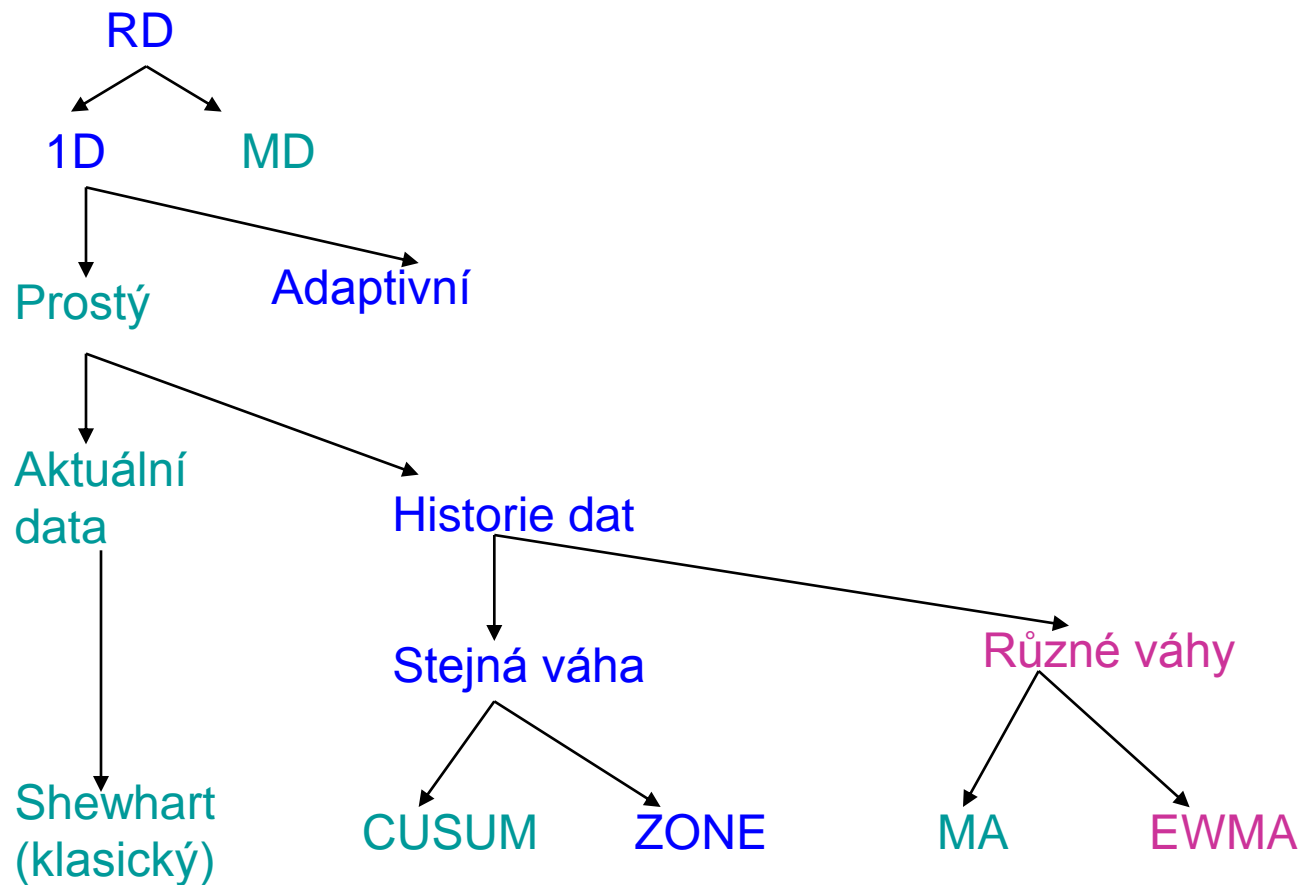
***a zabezpečit, aby se již nemohla opakovat.***

- Detekce přítomnosti zvláštních příčin
- Odstranění zvláštních příčin

To se provádí formou

- lokálních opatření (obsluha, operátor v rozsahu jejich pravomocí)
- opatření v systému (spadají do zodpovědnosti managementu).

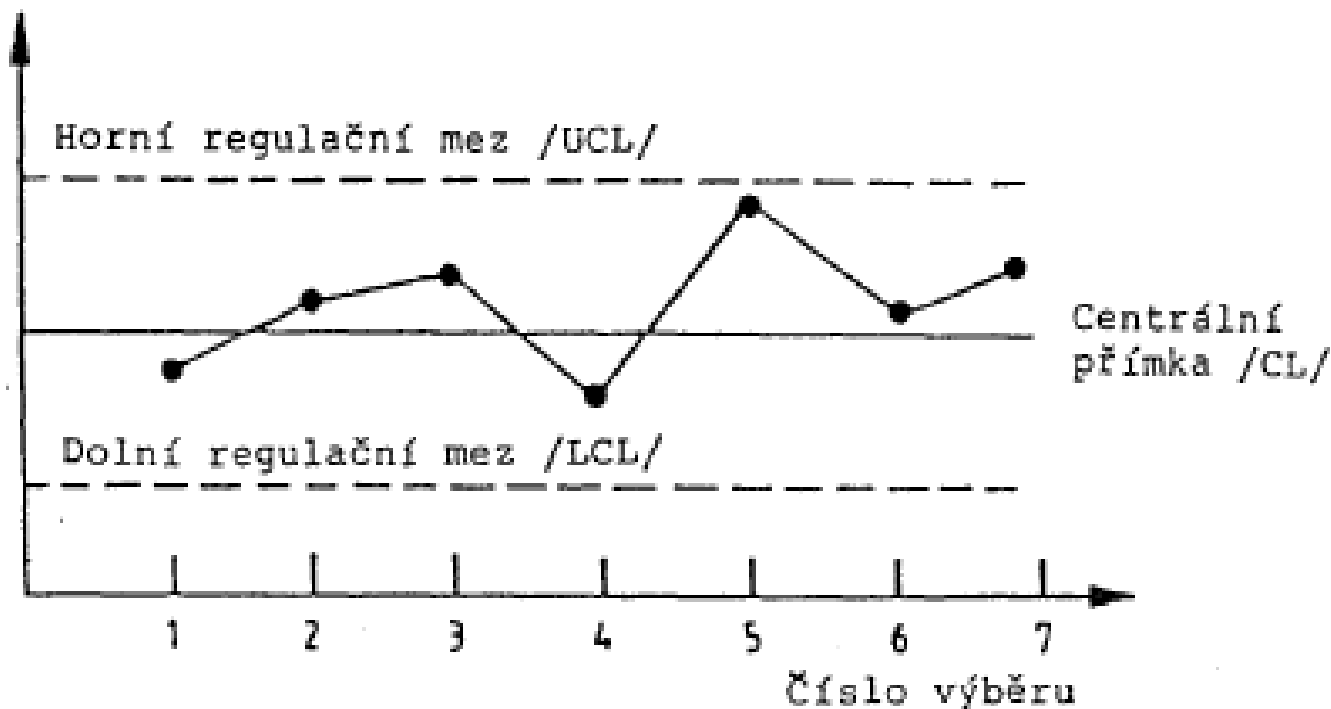
# Regulační diagramy



# Shewhartův regulační diagram



Základní Shewhartův diagram vznikl od roku 1932.



Obrázek 1 – Náčrtek regulačního diagramu

# Shewhartův regulační diagram

- **Hlavní nevýhodou** Shewhartových regulačních diagramů je, že využívají informaci o procesu obsaženou pouze v posledním zakresleném bodě.
- **Dvě efektivní alternativy** Shewhartových regulačních diagramů, užitečné zejména v případech, kdy je třeba detekovat malá posunutí („shifty“) jsou regulační diagramy **kumulovaných součtů (CUSUM)** a regulační diagramy **exponenciálně vážených klouzavých průměrů (EWMA)**.

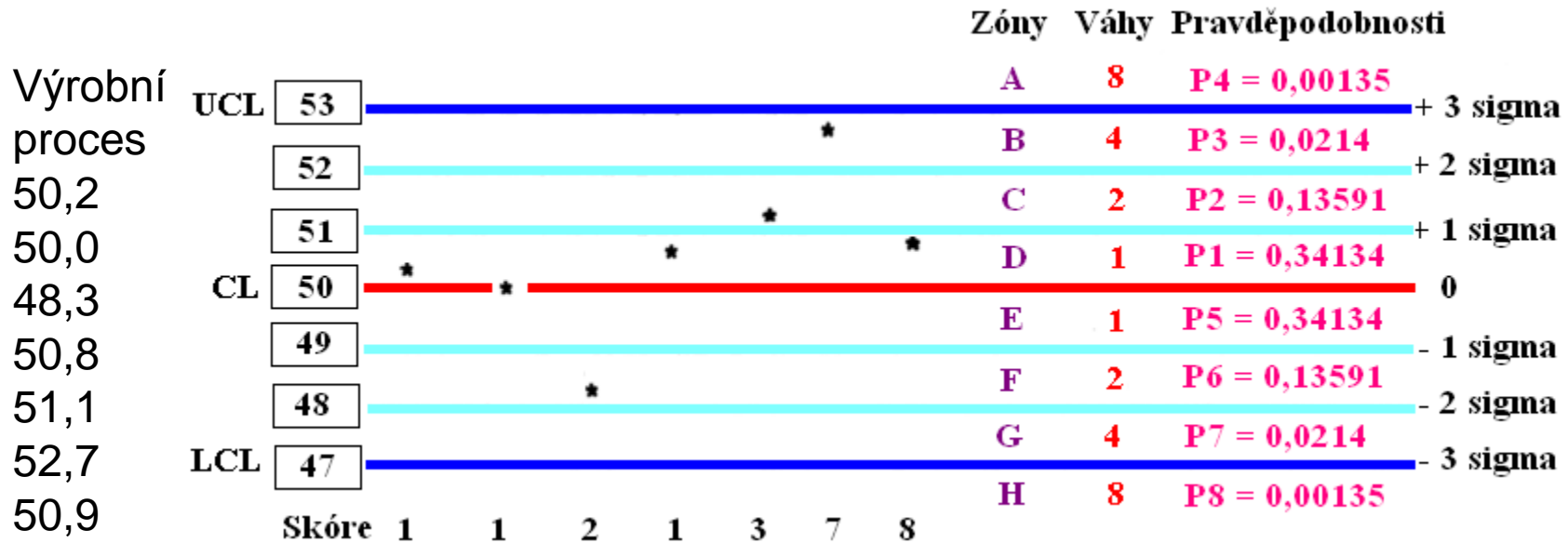


# Zónový regulační diagram



- Je schopen respektovat run rules.
- 1956 pravidla Western Electric Company
- 1987 Jaehn vyvinul zónový regulační diagram
- Champ a Woodall (1987) vypočítali běžná pravidla užitím Markovského řetězce
- Jaehn (1989) modifikoval zónový regulační diagram
- Hendrix (1989) přiblížil průměrnou délku přeběhu zónového regulačního diagramu simulací technik.

# Původní zónový regulační diagram



RD vyše signál pokud je dosaženo 8 bodů:

bod se vyskytne v zóně A nebo H (tj. počet bodů 8) ⇒ *statisticky nezvládnutelný proces*

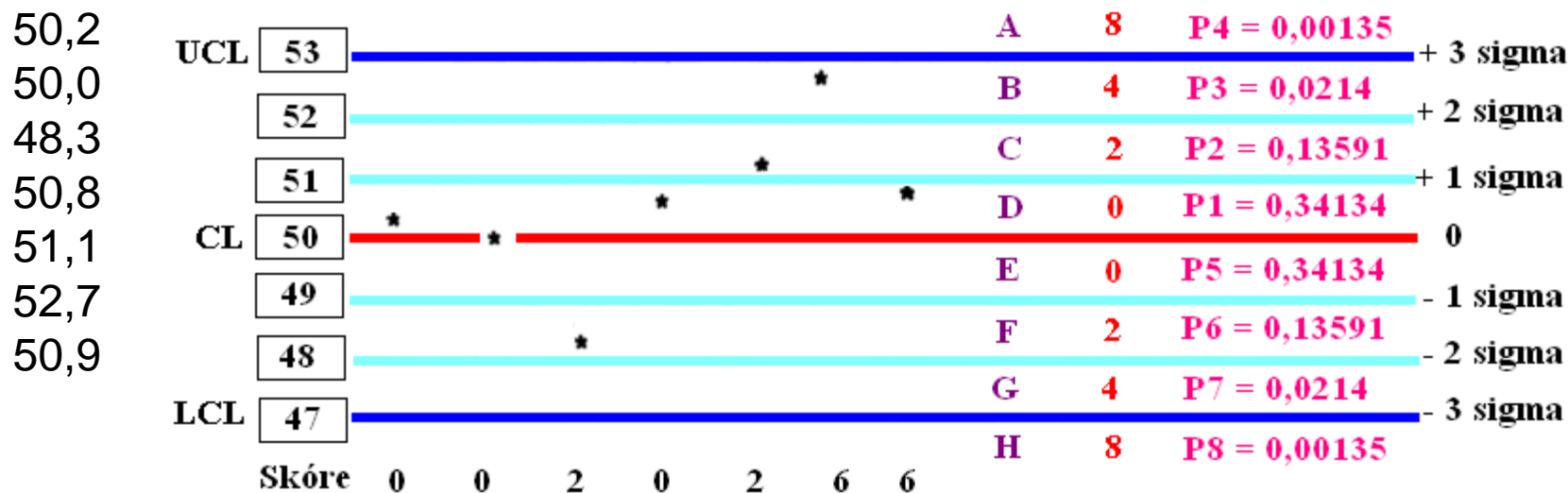
dva po sobě jdoucí body se vyskytují v zóně B nebo G (tj. počet bodů za třetí zónu je  $2 \times 4 = 8$ ), (signalizuje *neovladatelnou situaci*)

čtyři po sobě jdoucí body se vyskytují v zóně C nebo F (tj. počet bodů za druhou zónu je  $4 \times 2 = 8$ ), signalizuje *neovladatelnou situaci*

- Zóna D, E – 8 bodů
- Zóna C, F – 4 body
- Zóna B, G – 2 body
- Zóna A, H – 1bod

# Modifikovaný zónový regulační diagram

Výrobní proces



Zóna D, E – nekonečně mnoho bodů

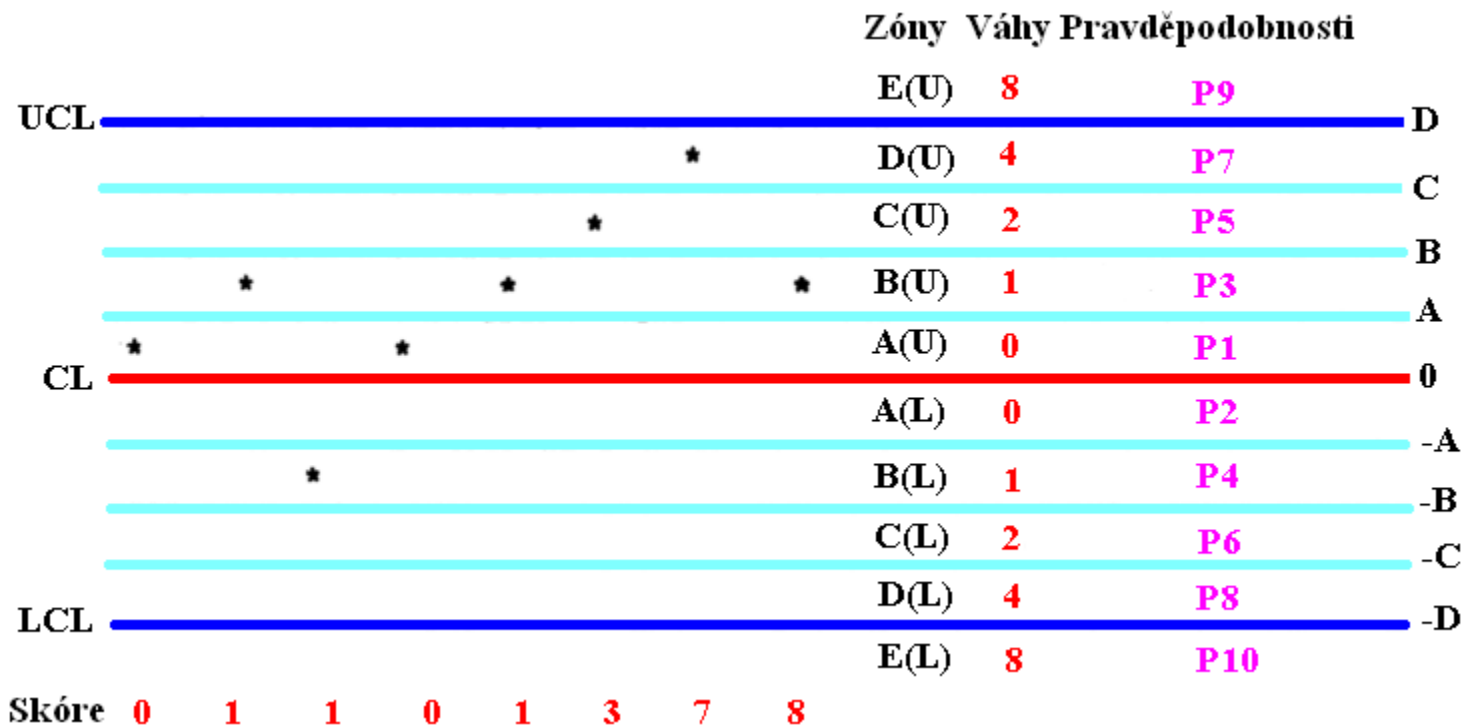
Zóna C, F – 4 body

Zóna B, G – 2 body

Zóna A, H – 1bod



# Nový typ zónového regulačního diagramu



Zóna A(U), A(L) – nekonečně mnoho bodů

Zóna B(U), B(L) – 8 bodů

Zóna C(U), C(L) – 4 body

Zóna D(U), D(L) – 2 body

Zóna E(U), E(L) – 1 bod

# CUSUM



CUSUM je citlivější na změny procesu a reaguje na ně asi 2x až 4x rychleji než klasický diagram.

## Výhody

- Méně nákladný než standardní regulační diagram při stejném riziku  $\alpha$
- Umožňuje přesněji určit počátek změn parametrů rozdělení regulované veličiny, odhadnout její velikost a určit směr působení

## Nevýhody

- Vyšší pracnost konstrukce diagramu
- Vyšší pracnost vyhodnocení diagramu

# CUSUM



- Původní CUSUM diagram (kumulovaných součtů) byl tvořen V-maskou (složitější, komplikovanější pro automatický vyhodnocení míň srozumitelná)
- Lineární CUSUM je pro praxi vhodnější, tvoří standardní dolní a horní regulační mez, lze detekovat posun především pro malé posunutí.

## Předpoklady:

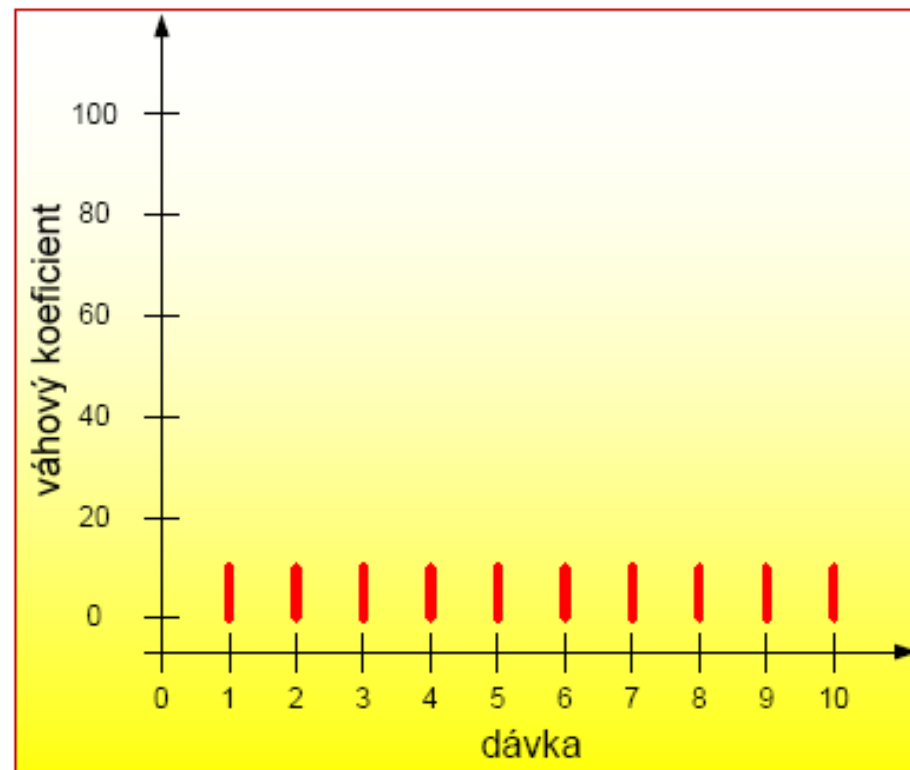
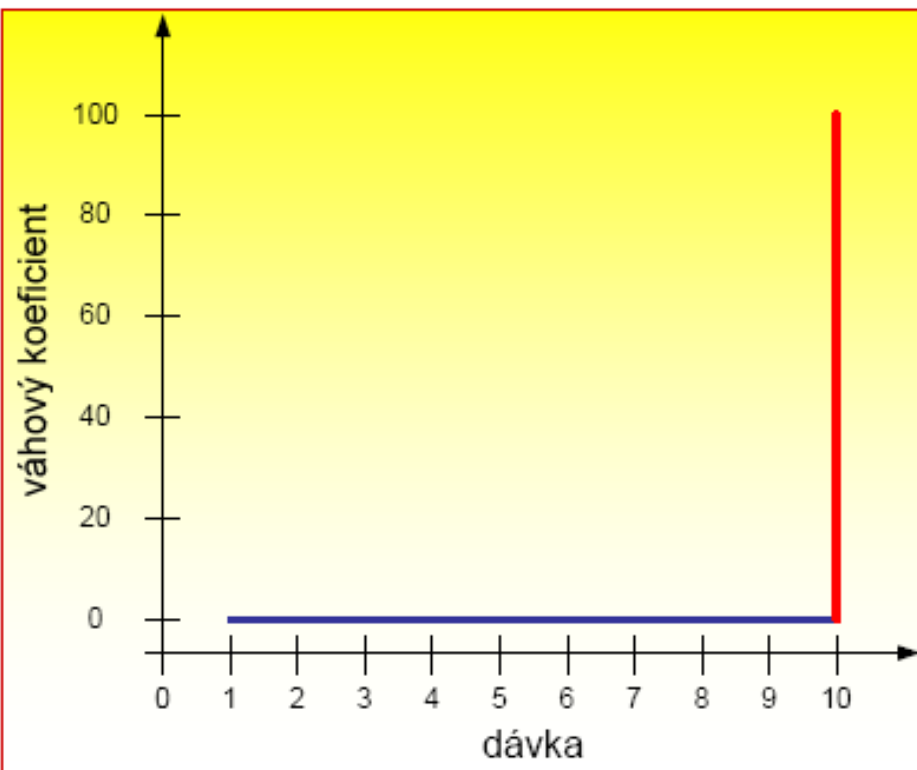
- Napozorovaná data jsou vzájemně nezávislá a identicky rozdělená normálně  $N(\mu, \sigma^2)$
- Střední hodnota  $\mu$  (známá)
- Směrodatná odchylka  $\sigma$  (známá)
- Logické podskupiny z tohoto rozdělení rozsahu  $m$



# Srovnání Shewhartův regulační diagram a CUSUM

## Shewhartův diagram

## CUSUM diagram



# EWMA

EWMA znamená Exponentially Weighted Moving Average (exponenciálně vážený klouzavý průměr). Jiný název je exponenciální zapomínání.

Testové kritérium digramu EWMA je:

$$y_k = (1 - \lambda)^k Y_0 + \lambda \sum_{j=1}^k (1 - \lambda)^{k-j} f(x_j) \quad \text{pro } j = 1, 2, \dots, k \quad \text{a} \quad 0 < \lambda < 1$$

Zde  $f(x_j)$  je zvolená hodnota výběrové charakteristiky v  $j$ -tém výběru,

$k$  ... pořadí výběru,  $Y_0$  ... požadovaná úroveň parametru rozdělení regulované veličiny.

Jestliže bude platit  $Y_0 = \mu_0$ , kde  $\mu_0$  je požadovaná úroveň střední hodnoty regulované veličiny a funkce  $f(x_j)$  je výběrový průměr  $\bar{x}_j$ , pak jde o diagram EWMA pro výběrové průměry.

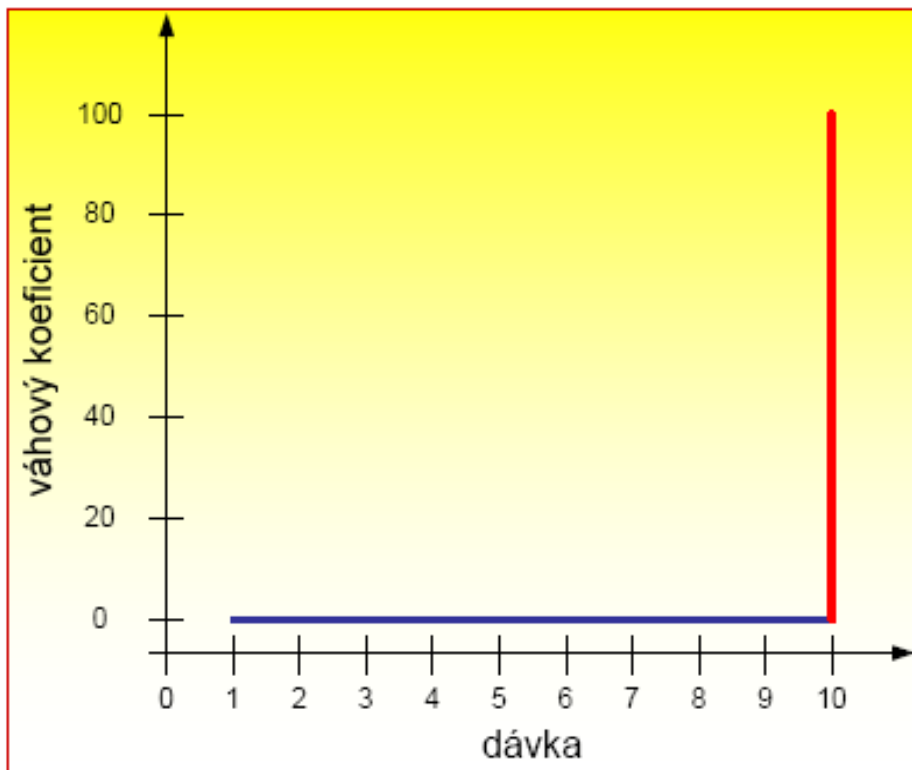
Jestliže rozsah výběru  $n = 1$ , pak jde o diagram individuálních hodnot.

Horní vztah lze upravit na zjednodušený tvar:

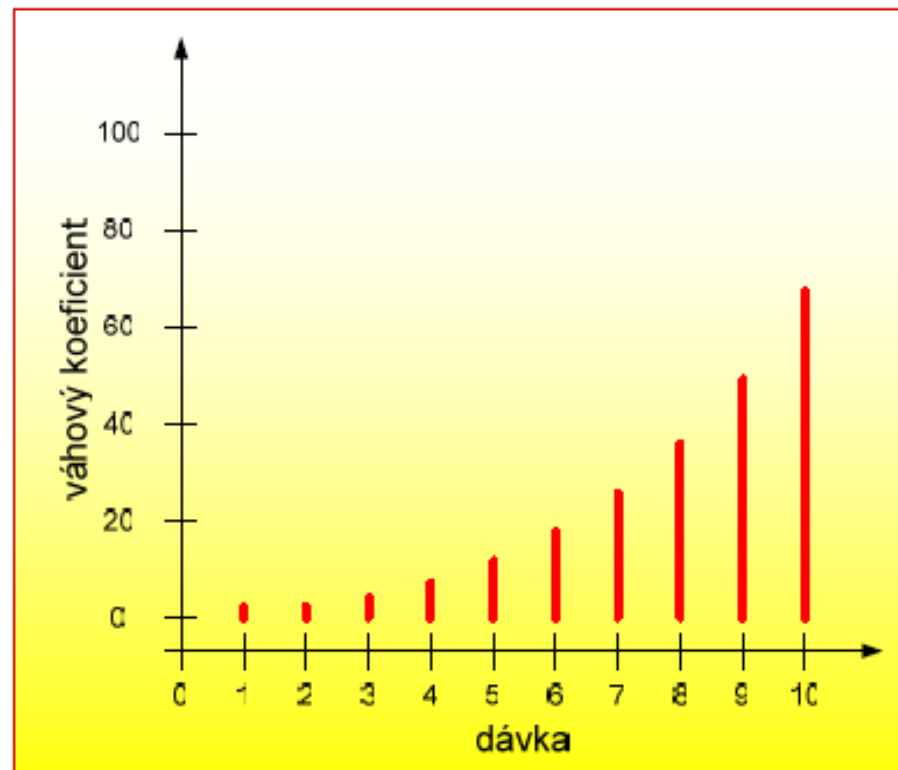
$$y_k = (1 - \lambda) \cdot y_{k-1} + \lambda \cdot f(x_k) \quad \text{pro} \quad 0 < \lambda < 1 \quad \text{a} \quad y_0 = Y_0$$



# EWMA



Shewhartův diagram



EWMA diagram

# EWMA

Diagramy EWMA patří mezi diagramy s nerovnoměrnou pamětí. To, do jaké míry se na hodnotě výběrové charakteristiky vynášené pro skupinu  $k$  podílí hodnoty předchozí, je dáno hodnotou parametru  $\lambda$ , kde  $0 < \lambda < 1$ . Je-li  $\lambda = 1$ , pak EWMA diagram přechází na diagram Shewhartův, protože váha výběrové charakteristiky poslední,  $k$ -té skupiny, je 100 %, zatímco váha předchozích hodnot je 0. Čím více se  $\lambda$  blíží nule, tím více se diagram EWMA blíží diagramu CUSUM.

## Diagram EWMA pro výběrové průměry

Diagram EWMA je definován rozsahem výběru  $n$  a parametry  $\lambda$  a  $k$ . Tento diagram opět zohledňuje riziko zbytečného signálu  $\alpha$  i riziko chybějícího signálu  $\beta$ . Opět je předpokládáno normální rozdělení regulované veličiny s konstantním rozptylem. Hodnota testového kritéria se určuje dle vztahu:

$$EWMA_k = (1 - \lambda)^k \cdot \mu_0 + \lambda \sum_{j=1}^k (1 - \lambda)^{k-j} \bar{x}_j$$

pro  $j = 1, 2, \dots, k$  a  $0 < \lambda < 1$

# EWMA

Jiné vyjádření:

$$EWMA_k = (1 - \lambda) \cdot EWMA_{k-1} \cdot \mu_0 + \lambda \cdot \bar{x}_k$$

$$EWMA_0 = \mu_0$$

$$0 < \lambda < 1$$

Volbou parametru  $\lambda$  je ovlivňována míra zapominání. Čím blíže bude  $\lambda$  hodnotě 1, tím více se EWMA bude blížit klasickému Shewhartovu diagramu, čím je  $\lambda$  blíže k nule, tím více se EWMA blíží diagramu CUSUM.

Výpočet střední přímky (CL – central line)

$$CL = \mu_0$$

Regulační meze vypočteme ze vztahů:

$$UCL = CL + K \cdot \sigma_{EWMA} = \mu_0 + K \cdot \sigma_{EWMA}$$

$$LCL = CL - K \cdot \sigma_{EWMA} = \mu_0 - K \cdot \sigma_{EWMA}$$

kde

$$\sigma_{EWMA} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2K}]}$$

Zde  $\sigma_0$  ... požadovaná úroveň směrodatné odchylky regulované veličiny,

# EWMA

Na rozdíl od klasických Shewhartových diagramů závisí v diagramu EWMA regulační meze na okamžiku výběru, ale relativně rychle se blíží asymptotickým hodnotám.

$$UCL_a = CL + K \cdot \sigma_a = \mu_0 + K \cdot \sigma_a$$

$$LCL_a = CL - K \cdot \sigma_a = \mu_0 - K \cdot \sigma_a$$

Směrodatnou odchylku určíme z výrazu:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}$$

## Postup při sestavení diagramu EWMA a jeho analýza

1. **stanovení rozsahu výběru  $n$**  – je třeba optimalizovat technická i ekonomická hlediska
2. **určení rizika zbytečného signálu  $\alpha$**  - často se volí  $\alpha = 0.027$ , takže počet výběrů mezi dvěma zbytečnými signály je  $1/0.027 = 370$ , nebo se volí  $\alpha = 0.01$ , pak počet výběrů mezi dvěma zbytečnými signály bude 100.
3. **určení kritického posunu střední hodnoty pro regulovanou veličinu** - nepřipustné úrovně regulované veličiny  $\mu_1$ , resp.  $\mu_{-1}$ . Za nepřipustnou hodnotu považujeme takovou, kdy proces produkuje nepřipustný podíl neshodných jednotek a je třeba vydat příkaz k zásahu do procesu. Z toho je třeba stanovit kritickou odchylku  $\gamma$  od požadované úrovně, nebo její



# EWMA



normovaný tvar  $\mathfrak{v}$

4. volba optimálního parametru  $\lambda$  - k tomu slouží **nomogram**. Na jeho x-ové ose je veličina

$$\Delta = \frac{\gamma}{\sigma_0} \cdot \sqrt{n} = \delta \cdot \sqrt{n}$$

Na y-ovou ose čteme  $\lambda$ , parametrem je hodnota  $1/\alpha$ . Nomogram je zpracován pro hodnoty  $1/\alpha$  50, 100, 250, 370.

5. nalezení parametru  $K$  – provede se opět pomocí nomogramu. Podle hodnoty  $\lambda$  nalezené v minulém kroku a podle parametru  $1/\alpha$  určíme hodnotu  $K$

6. sestrojení diagramu **EWMA**:

- z vypočtených výběrových průměrů se pro každý výběr vypočtou hodnoty testového kritéria  $EWMA_k$ . Pro výpočet se použije optimální hodnota  $\lambda$  stanovená v kroku 4
- vypočtou se hodnoty CL, UCL, LCL. Pro výpočet se použijí hodnoty  $\lambda$  a  $K$  stanovené v bodech 4 a 5
- zkonstuuje se diagram a do něj se zakreslí vypočtené hodnoty  $EWMA_k$ .

7. **Analýza statistického zvládnutí procesu** – interpretace diagramu EWMA je stejný jako interpretace klasického Shewhartova diagramu.

# Regulační meze pro EWMA diagram



$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]}$$

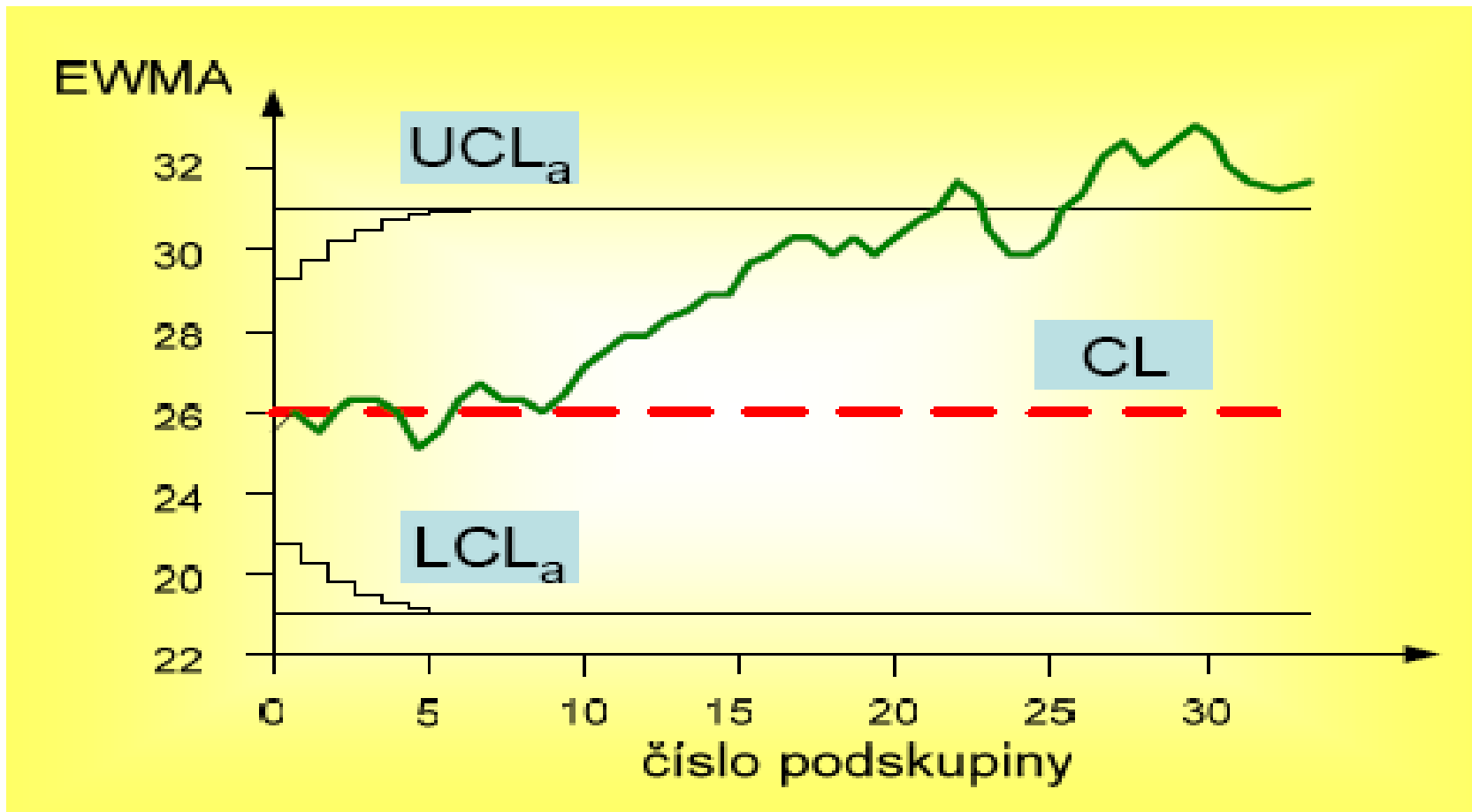
kde L je šířka regulačních mezí. Pokud i je větší  $(1-(1-\lambda)^{2i})$ , potom člen se blíží k nule. Potom regulační meze EWMA diagramu běžících po nějakou časovou periodu, se budou regulační meze blížit ustálenému stavu takto daných hodnot :

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

# EWMA





# Vícerozměrný diagram

Používají se tam, kde potřebujeme srovnávat dvě a více veličin vedle sebe.

- Hotellingova statistika T-kvadrát
- Vícerozměrné exponenciálně vážené průměry (MEWMA)
- Vícerozměrné kumulované součty (MCUSUM)



# Výpočet (aplikace)

- Tyto všechny regulační diagramy se dají vypočítat pomocí programu MINITAB 14 či 15 kromě nového typu zónového regulačního diagramu.
- Shewhartův regulační diagram a CUSUM diagram se dají vypočítat pomocí EXCELU (podle vytvořených šablon)

# Návrh regulačního diagramu



Návrh regulačního diagramu by měl projít následujícími šesti kroky:

- analýza výrobního procesu,
- stochastická analýza,
- výběr regulačního diagramu,
- výběr optimální strategie údržby,
- ekonomicko-statistický návrh,
- nastavení pravidel pro aplikaci.

# Analýza výrobního procesu



Tato analýza by nám měla odpovědět na následující otázky:

- kterou veličinu/veličiny budeme sledovat?
- které vlastnosti výrobního procesu tato veličina ovlivňuje a naopak, jak je ovlivňována tímto procesem?
- co přesně znamená z provozního hlediska, že je "proces pod kontrolou"?
- jaká jsou rizika v případě, kdy je proces "mimo kontrolu"?
- může proces pokračovat v průběhu identifikace vymezitelné příčiny (ověřování signálu)? Jaké je riziko?
- může proces pokračovat v průběhu údržbových operací? Jaké je riziko?
- jaké jsou nákladové položky (ztráty) a jejich vyčíslení?

Teprve po zodpovězení těchto otázek můžeme pokračovat v návrhu.

# Stochastická analýza

Vzhledem k tomu, že regulační diagram pracuje s „vnořeným“ stochastickým procesem, nelze provést návrh regulačního diagramu bez znalosti nebo alespoň odhadů všech pravděpodobnostních charakteristik a analýzy závislostí. Minimálně je třeba odpovědět na tyto otázky:

- jaké je pravděpodobnostní rozdělení sledovaných charakteristik?
- jaké je pravděpodobnostní rozdělení doby do poruchy?
- (auto)korelační analýza sledovaných charakteristik v čase
- jaké je pravděpodobnostní rozdělení trvání opravy nebo údržby

# Výběr regulačního diagramu



Nabídka různých variant regulačních diagramů je velmi široká (a přesto se v drtivé většině používají klasické Shewhartovy diagramy pro  $\bar{x}$  a R). Pro výběr té nejvhodnější je třeba vzít do úvahy

- charakter sledované charakteristiky/charakteristik
- zda je třeba sledovat jednu či více charakteristik současně
- závislostní struktura sledovaného (stochastického) procesu
- požadavek na citlivost regulačního diagramu
- požadavek na jednoduchost aplikace za daných podmínek

# Výběr optimální strategie údržby



Dobře načasovaná preventivní údržba může významně snížit náklady na výrobu a zvýšit její kvalitu. Proto je třeba určit optimální intervaly a rozsah plánované údržby. Pro ekonomicko-statistický návrh regulačního diagramu je třeba stanovit i vhodný typ údržby:

- renovace (replacement) -- uvede systém do stavu "jako nový",
- minimální oprava -- uvede systém do stavu jako před poruchou,
- neúplná oprava -- mezi renovací a minimální opravou.

# *Ekonomicko-statistický návrh*



- Výsledkem této části návrhu regulačního diagramu jsou především parametry
- výběru (rozsah výběru, délka intervalu mezi výběry v hodinách),
  - rozhodovací funkce (regulační meze, skóry).

# Pravidla pro aplikaci

Pravidla pro aplikaci jsou velmi důležitá: sebelepší návrh regulačního diagramu nebude funkční, pokud nebude aplikován správným způsobem. Proto je třeba tato pravidla stanovit už v okamžiku návrhu regulačního diagramu a pokud možno zajistit jejich dodržování. Mezi pravidla pro aplikaci patří především:

- organizační opatření (podpora ze strany vedení, vyčlenění a pravomoce pracovníků),
- podmínky měření (zabezpečení odběru vzorků a jejich změření),
- odpovědnost pracovníků (a jejich kvalifikační předpoklady),
- technické podmínky ( vyhrazený prostor pro odběr vzorků, zastavení provozu při signálu, při údržbě, ...),
- programové a výpočetní zabezpečení (evidence a vyhodnocení výsledků měření).





# Ekonomicko-statistický návrh



První ekonomický model byl vytvořen Duncanem, který minimalizuje průměrné náklady.

Duncanův model zahrnuje:

- Náklady na výběr a kontrolu
- Náklady na vadné produkty
- Náklady na falešný alarm
- Náklady na vyhledání poruchy
- Náklady na opravu procesu

# Duncanův model s Taguchiovou ztrátovou fcí



U ztrátového modelu se určují tyto parametry:

- Doby mezi jednotlivými inspekcemi
- Rozsah výběru
- Hladina regulační meze

Ztrátový model uvažuje ztrátu kvality díky variabilitě procesu, která není v Duncanově nákladovém modelu.

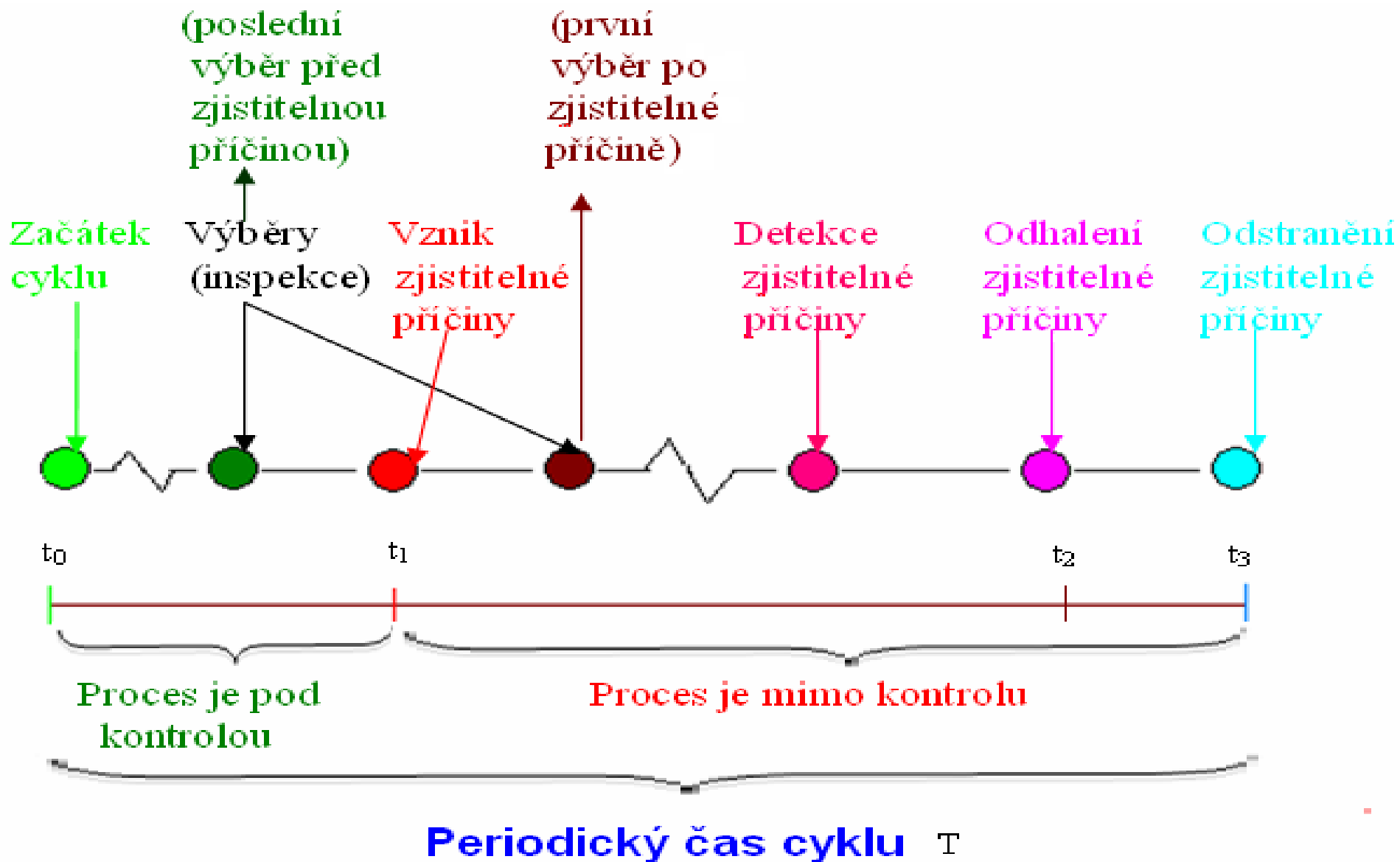
# Stanovení parametrů RD:



- Rozsah výběru ( $n$ )
- Doba mezi výběry ( $h$ )
- Šířka regulačních mezí v jednotkách směrodatné odchylky ( $L$ )
- Doba mezi plánovanou údržbou ( $k$ )

K hodnocení výkonu RD se používá ARL (tj. délka běhu je očekávaný (střední) počet inspekcí, které proběhnou do okamžiku, kdy RD vyše signál o vzniku zjistitelné příčiny.

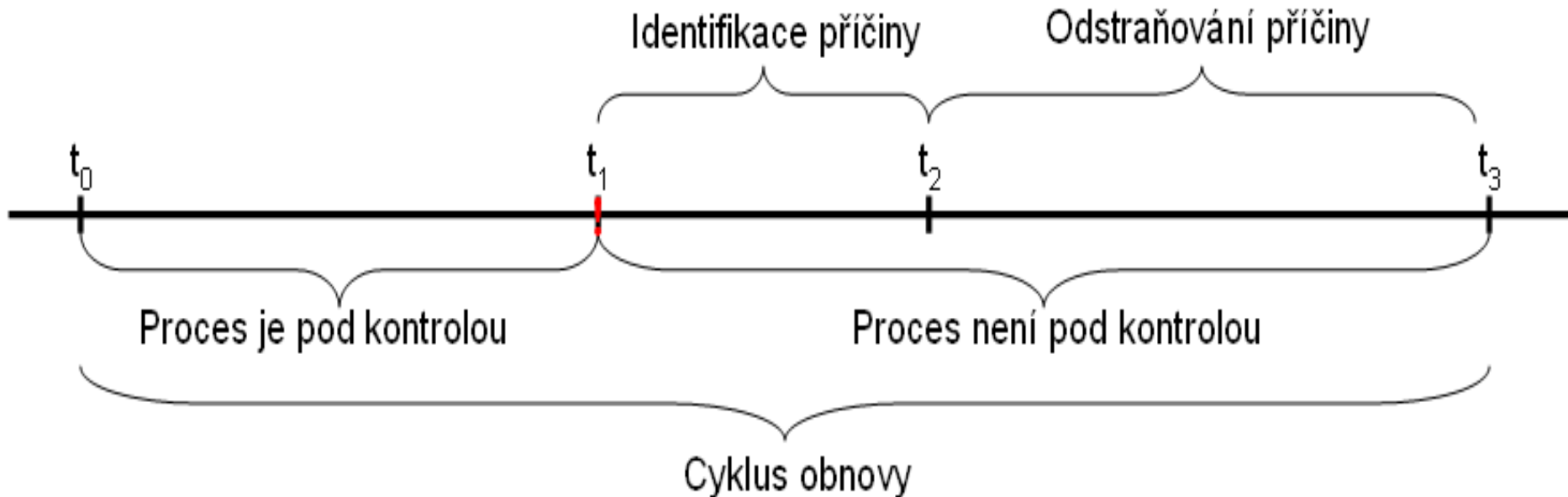
# Diagram stavu procesu



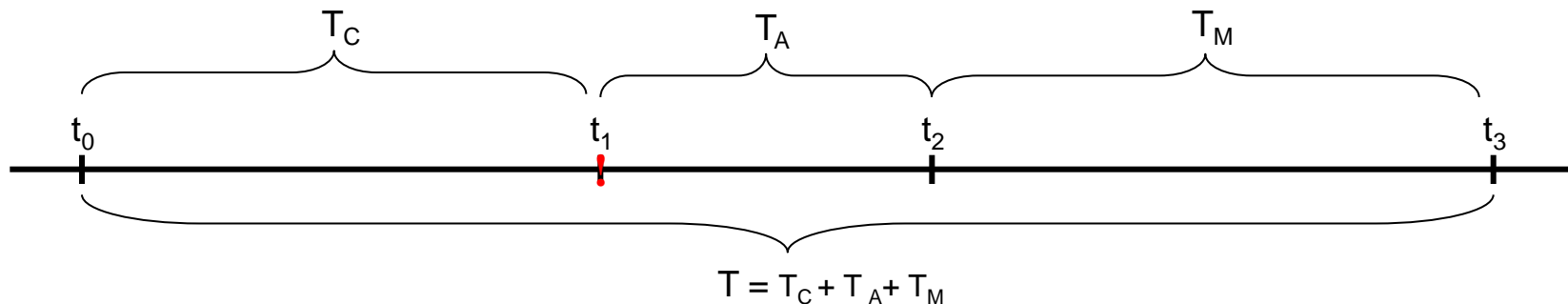
# SPC jako proces obnovy

Statistické řízení procesu pomocí RD lze rozdělit do několika fází:

- období, kdy je proces pod kontrolou (je stabilizován)
- fáze identifikace zjistitelné příčiny výstražného signálu
- fáze odstraňování zjištěné příčiny výstražného signálu



# SPC jako proces obnovy



$T$  – délka cyklu obnovy zahrnuje:

$T_C$  – očekávaná doba procesu pod kontrolou

$T_A$  – očekávanou dobu ke zjištění, zda je signál oprávněný

$T_M$  – je očekávanou dobu k určení potřeb údržby a provedení údržby  
ta je buď kompenzační (falešný poplach)  
nebo operativní (oprávněný poplach)

ARL – je délka běhu počtu odběrů, které se uskuteční před signálem v regulačním diagramu

$ARL_0$  – průměrná délka běhu pod kontrolou

$ARL_1$  – průměrná délka běhu mimo kontrolu

# Náklady na cyklus obnovy



Model může být uvažován jako oceněný proces obnovy, a proto lze vyjádřit očekávaný hodinový náklad  $E(H)$  jako

$$ETC = \frac{E[C^-]}{E[F^-]}$$

# Model Lorenzen a Vance

$$ETC = \frac{\xi_0 / \lambda + C_1 \left[ \frac{1}{ARL_1} - \tau + n \cdot E + \gamma_1 \cdot T_1 + \gamma_2 \cdot T_2 \right] sY / ARL_0 + W + \left[ a + bn \right] / h \left[ \lambda - \tau + n \cdot E + h(ARL_1) + \gamma_1 \cdot T_1 + \gamma_2 \cdot T_2 \right]}{\left\{ \lambda + (1 - \gamma_1) s \cdot T_0 / ARL_0 - \tau + n \cdot E + h(ARL_1) + T_1 + T_2 \right\}}$$

ETC - celkové očekávané náklady za jednotku času

$C_0$  a  $C_1$  jsou náklady na kvalitu pod kontrolou a mimo kontrolu

$h$  – doba mezi inspekcemi

$n$  – počet měření v rámci jedné inspekce

$E$  – doba potřebná k provedení jednoho měření a jeho zakreslení při inspekci

$ARL_0$  = průměrná délka běhu pod kontrolou

$ARL_1$  = průměrná délka běhu mimo kontrolu

$W$  – náklady na určení zjistitelné příčiny

$a$  – fixní náklady na inspekci

$b$  – jednotkové náklady na měření v rámci jedné inspekce

$Y$  – náklady na vyšetření falešného alarmu

$T_0$  – očekávaná doba na vyhledání falešného alarmu

$T_1$  a  $T_2$  – očekávaná doba na odhalení a opravení zjistitelné příčiny

$\gamma_1 = 1$  jestliže vyhledávání probíhá za chodu procesu v ostatních případech 0

$\gamma_2 = 0$  jestliže proces je zastaven během opravy v ostatních případech 1

$s$  – očekávaný počet inspekcí do výskytu zjistitelné příčiny

$\tau$  - očekávaná doba do výskytu zjistitelné příčiny





# Ekonomický model (EWMA)



$$ETC = \frac{(C_1 + C_2 n)}{h} + \frac{C_3 (h \cdot ARL_1 - \tau + T_1 \cdot n + T_2) + C_4 + (C_5 / ARL_0) (e^{-\theta h} / 1 - e^{-\theta h})}{(1/\theta) + (h \cdot ARL_1 - \tau + T_1 \cdot n + T_2)}$$

ETC – celkové očekávané náklady za jednotku času

n – rozsah výběru

h – doba mezi vzorky (inspekcemi)

$\theta$  - intenzita poruchy způsobující posun střední hodnoty procesu

$\tau$  - očekávaná doba výskytu poruchy procesu mezi j-tým a (j+1)-ním vzorkem

$ARL_0$  = očekávaný počet inspekcí před signálem, je-li proces pod kontrolou

$ARL_1$  = očekávaný počet inspekcí před signálem, kdy u procesu nastal posun

$\delta$  = velikost posunu ve střední hodnotě v poměru směrodatné odchylky

$T_1$  = požadovaná doba na vykreslení a interpretaci jedné jednotky vzorku

$T_2$  = doba k nalezení a stanovení zjistitelné příčiny

$C_1$  = fixní náklady na inspekci

$C_2$  = variabilní náklady na inspekci

$C_3$  = ztráta za jednotku doby produkce při stavu mimo kontrolu vzhledem ke stavu pod kontrolou

$C_4$  = náklady na určení zjistitelné příčiny

$C_5$  = náklady na vyšetření falešného alarmu

# Ekonomický model (EWMA)



$ARL_0$  a  $ARL_1$  závisí dále na:

$k$  – vzdálenost regulační meze od centrální přímky v násobku sigma

SCL – Shewhartovy regulační meze pro průměr

$h$  – doba mezi vzorky (inspekce)

$\lambda$  – EWMA váhová konstanta (parametr)

# Při návrhu RD

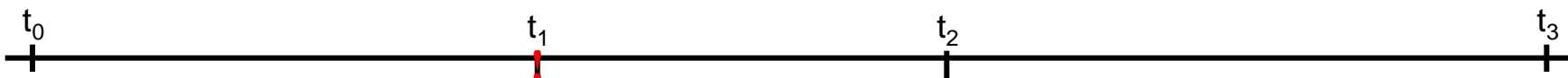
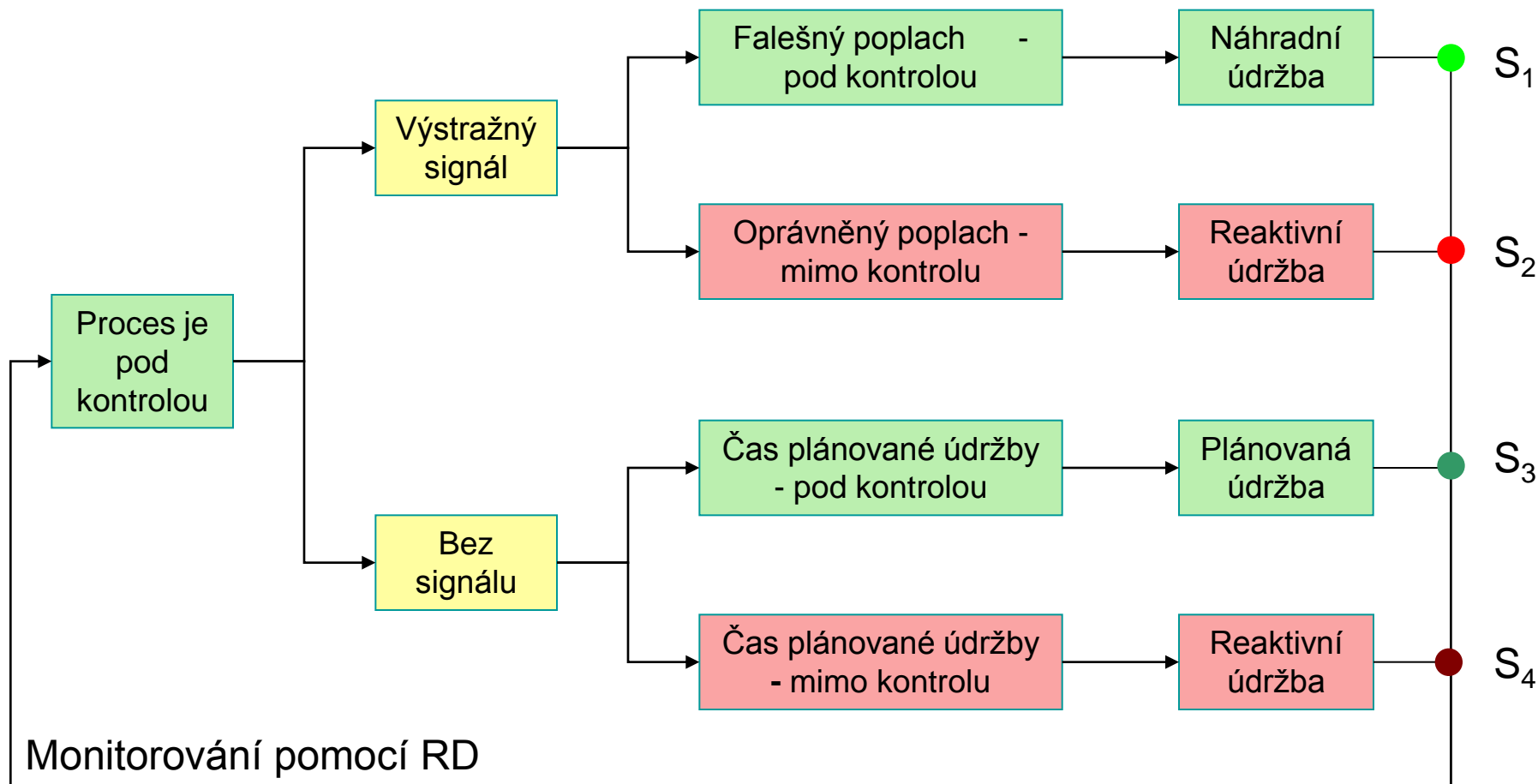
- Brát do úvahy parametry údržby, jak nákladový tak i časový
- Údržba je součástí preventivních opatření

Aktivní prevence - RD – je prevencí než dojde k nějakému problému

Pasivní prevence – údržba, intervaly mezi poruchami.



# Model s údržbou



# Náklady na cyklus obnovy



Model může být uvažován jako oceněný proces obnovy, a proto lze vyjádřit očekávaný hodinový náklad  $E(H)$  jako

$$E[H] = \frac{E[C]}{E[T]}$$

kde

$$E[C] = E[C | S_1]P(S_1) + E[C | S_2]P(S_2) + E[C | S_3]P(S_3) + E[C | S_4]P(S_4)$$

$$E[T] = E[T | S_1]P(S_1) + E[T | S_2]P(S_2) + E[T | S_3]P(S_3) + E[T | S_4]P(S_4)$$

Tyto vztahy plynou z věty o úplné pravděpodobnosti.

# Pravděpodobnosti scénářů

- $P(S_1) = \sum_{i=1}^k p_i^0 (1 - F(ih))$
- $P(S_2) = \sum_{i=1}^k [F(ih) - F((i-1)h)] \left[ 1 - \sum_{j=1}^{i-1} p_j^0 \right] \sum_{l=1}^{k-i+1} p_l^1$
- $P(S_3) = (1 - F(kh)) - \sum_{i=1}^k p_i^0 (1 - F(ih))$
- $P(S_4) = F(kh) - \sum_{i=1}^k [F(ih) - F((i-1)h)] \left[ 1 - \sum_{j=1}^{i-1} p_j^0 \right] \sum_{l=1}^{k-i+1} p_l^1$

$T$  – délka cyklu obnovy

$h$  – interval mezi inspekcemi v hodinách

$F(t)$  – distribuční funkce doby do poruchy

$k$  – počet inspekcí do plánované údržby, která se provede v  $(k+1)$  intervalu

$p_i^0$  – pravděpodobnost, že průměrná délka běhu pod kontrolou je rovna  $i$

$p_i^1$  – pravděpodobnost, že průměrná délka běhu mimo kontrolu je rovna  $i$



# Délka cyklu obnovy

- $$E \{ T | S_1 \} = h \sum_{i=1}^k i p_i^0 \left( -F(h) \right) + T_A + T_{M_c}$$

$T$  – délka cyklu obnovy

$h$  – interval mezi odběry jednotlivých vzorků v hodinách

$n$  – rozsah výběru

$ARL_0$  – průměrná délka běhu pod kontrolou

$p_i^0$  – pravděpodobnost, že  $ARL_0$  je rovna  $i$

$F(t)$  – distribuční funkce doby do poruchy

$T_A$  – očekávaná doba ke zjištění, zda je signál oprávněný

$T_M$  – je očekávaná doba k určení potřeb údržby a provedení údržby; ta je buď **kompensační (C)**, operativní (R) nebo plánovaná (P)

# Délka cyklu obnovy

$$\bullet E \left[ T \mid S_2 \right] = \int_0^{kh} t f(t \mid (k+1)h) dt + h ARL_1 - \tau + nE + T_A + T_{M_R}$$

$T$  – délka cyklu obnovy

$h$  – interval mezi odběry jednotlivých vzorků v hodinách

$n$  – rozsah výběru

$E$  – je očekávaná doba pro výběr a zakreslení jedné položky do diagramu

$k$  – počet odběrů do plánované údržby, která se provede v  $(k+1)$  intervalu

$ARL_1$  – průměrná délka běhu mimo kontrolu

$f(t)$  – hustota rozdělení pravděpodobnosti doby do poruchy

$T_A$  – očekávaná doba ke zjištění, zda je signál oprávněný

$T_{M_R}$  – je očekávaná doba k určení potřeb údržby a provedení **operativní** údržby

$\tau$  – střední doba, která uplyne od posledního výběru před významnou příčinou (poruchou) od objevení významné příčiny a je dána vztahem

$$\tau = \sum_{i=0}^k \int_{ih}^{(i+1)h} (t - ih) f(t \mid k+1)h dt$$



# Délka cyklu obnovy

- $E[T | S_3] = (k+1)h + T_{M_P}$
- $E[T | S_4] = (k+1)h + T_{M_R}$

$T$  – délka cyklu obnovy

$h$  – interval mezi odběry jednotlivých vzorků v hodinách

$k$  – počet odběrů do plánované údržby, která se provede v  $(k+1)$  intervalu

$T_M$  – je očekávaná doba k určení potřeb údržby a provedení **plánované** nebo **operativní údržby**

# Náklady na cyklus

Náklady na cyklus se stávají ze 3 částí:

- **Nákladů na ztrátu kvality způsobené funkcí činností procesu**

$C_0$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu mimo kontrolu

$C_1$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu pod kontrolou

- **Náklady na výběr**

$C_F$  - fixní náklad na celý výběr  $n$  vzorků

$C_V$  - náklad pro výběr jednoho vzorku (pro celý výběr je náklad roven  $n \cdot C_V$ )

- **Náklady na údržbu**

$C_f$  – je náklad na zjištění falešného poplachu

$C_C$ ,  $C_R$ ,  $C_P$  – náklad údržbu (kompenzační, operativní, plánovanou).

Předpokládá se, že  $C_R > C_P > C_C$ .

# Náklady na cyklus

$$E[C | S1] = C_1 \left[ h \sum_{i=0}^k ip_i^0 (1 - F(ih)) + \gamma_C T_C \right] + C_F + nC_V \sum_{i=0}^k ip_i^0 (-F(h)) + C_f + C_C$$

$T_C$  – očekávaná doba ke zjištění a provedení kompenzační údržby

$C_1$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu pod kontrolou

$C_F$  - fixní náklad na celý výběr  $n$  vzorků

$C_V$  - náklad pro výběr jednoho vzorku (pro celý výběr je náklad roven  $n.C_V$ )

$C_f$  – je náklad na zjištění falešného poplachu

$C_C, C_R, C_P$  – náklad údržbu (kompenzační, operativní, plánovanou)

$\gamma_C, \gamma_R, \gamma_P, \gamma_A$  – indikátorová proměnná, která se rovná 1, pokud výroba pokračuje v průběhu údržby (kompenzační, operativní, plánované) nebo potvrzení zjistitelné příčiny, v ostatních případech je rovna 0.

# Náklady na cyklus

$$E \left[ \int_0^{kh} f(t | (k+1)h) dt + C_0 (h ARL_1 - \tau + nE + \gamma_A T_A + \gamma_R T_R) \right. \\ \left. + \frac{1}{h} E \left[ \int_0^{kh} (C_F + nC_V) f(t | (k+1)h) dt \right] \right] C_R$$

$C_0$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu mimo kontrolu

$C_1$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu pod kontrolou

$C_F$  - fixní náklad na celý výběr  $n$  vzorků

$C_V$  - náklad pro výběr jednoho vzorku (pro celý výběr je náklad roven  $n \cdot C_V$ )

$C_f$  – je náklad na zjištění falešného poplachu

$C_C, C_R, C_P$  – náklad údržbu (kompenzační, operativní, plánovanou).

$\gamma_C, \gamma_R, \gamma_P, \gamma_A$  – indikátorová proměnná, která se rovná 1, pokud výroba pokračuje v průběhu údržby (kompenzační, operativní, plánované) nebo potvrzení zjištěné příčiny, v ostatních případech je rovna 0.

# Náklady na cyklus

$$E[C | S3] = C_I [(k + 1)h + \gamma_P T_P] + k (C_F + nC_V) + C_P$$

$C_0$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu mimo kontrolu

$C_1$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu pod kontrolou

$C_F$  - fixní náklad na celý výběr  $n$  vzorků

$C_V$  - náklad pro výběr jednoho vzorku (pro celý výběr je náklad roven  $n \cdot C_V$ )

$C_f$  – je náklad na zjištění falešného poplachu

$C_C, C_R, C_P$  – náklad údržbu (kompenzační, operativní, plánovanou).

$\gamma_C, \gamma_R, \gamma_P, \gamma_A$  – indikátorová proměnná, která se rovná 1, pokud výroba pokračuje v průběhu údržby (kompenzační, operativní, plánované) nebo potvrzení zjistitelné příčiny, v ostatních případech je rovna 0.

# Náklady na cyklus

$$E [C_0 \{k+1\}h + \gamma_R T_R] (C_1 - C_0) \int_0^{kh} tf(t | (k+1)h) dt + k(C_F + nC_V) + C_R$$

$C_0$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu mimo kontrolu

$C_1$  – náklady na ztrátu kvality za jednotku času, kdy proces je ve stavu pod kontrolou

$C_F$  - fixní náklad na celý výběr  $n$  vzorků

$C_V$  - náklad pro výběr jednoho vzorku (pro celý výběr je náklad roven  $n \cdot C_V$ )

$C_f$  – je náklad na zjištění falešného poplachu

$C_C, C_R, C_P$  – náklad údržbu (kompenzační, operativní, plánovanou).

$\gamma_C, \gamma_R, \gamma_P, \gamma_A$  – indikátorová proměnná, která se rovná 1, pokud výroba pokračuje v průběhu údržby (kompenzační, operativní, plánované) nebo potvrzení zjištěné příčiny, v ostatních případech je rovna 0.



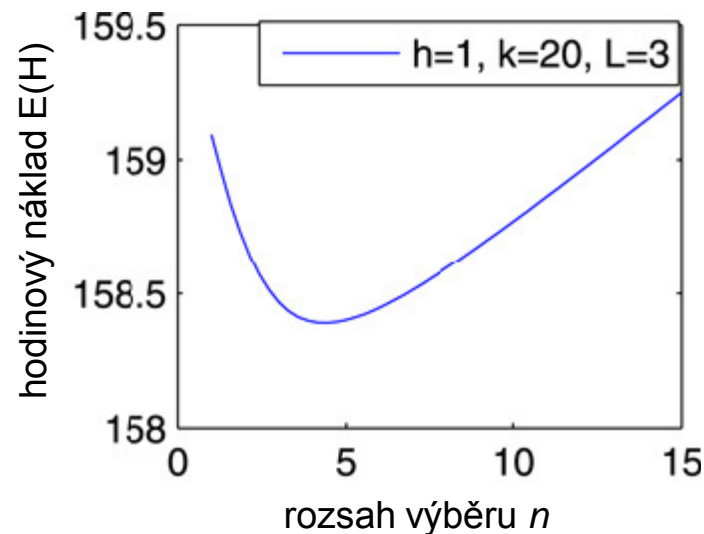
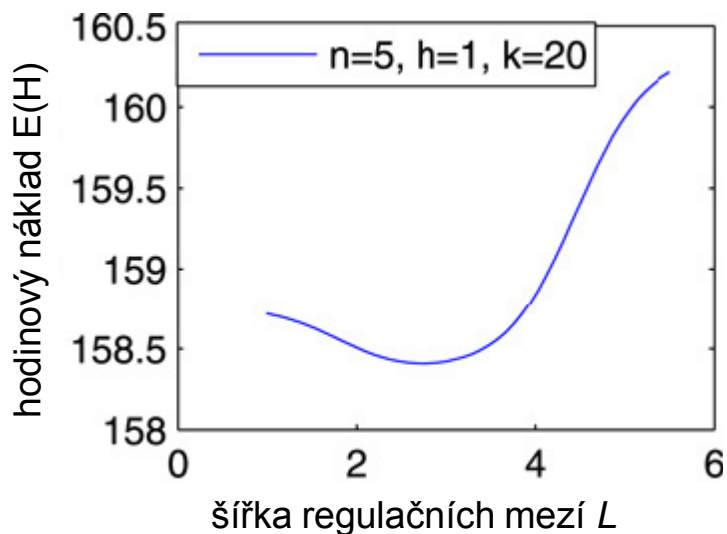
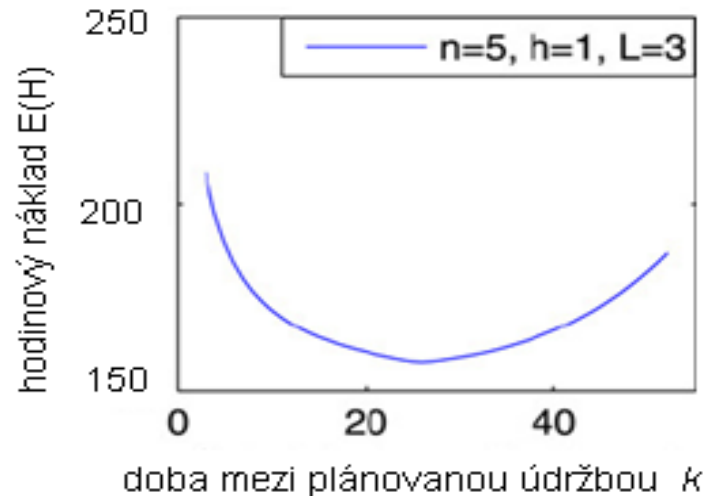
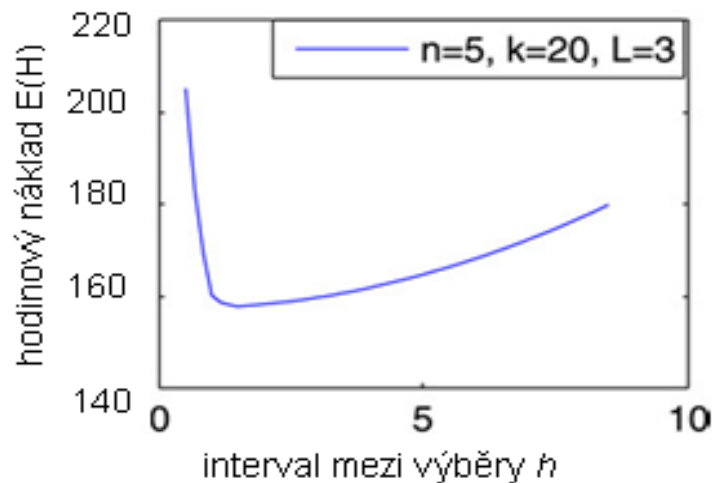
# Optimalizace nákladů

- strategické proměnné:  $n^*$  - rozsah výběru  
 $h^*$  - doba mezi výběry (inspekce)  
 $L^*$  - šířka regulačních mezí v jednotkách směrodatné odchylky  
 $k^*$  - doba mezi plánovanou údržbou

Hledá se minimum hodinového nákladu  $E(H)$  vzhledem k  $(n, h, L, k)$

$$E[C | S1] = C_1 \left[ h \sum_{i=0}^k ip_i^0 (1 - F(ih)) + \gamma_C T_C \right] + (C_F + nC_V) \sum_{i=0}^k ip_i^0 (1 - F(ih)) + C_f + C_C$$

# Příklad





# Optimalizace nákladů



strategické proměnné:

$n^*$  - rozsah výběru = 4

$h^*$  - doba mezi výběry = 1,23

$L^*$  - šířka regulačních mezí v jednotkách směrodatné odchylky = 2,91

$k^*$  - doba mezi plánovanou údržbou = 22

Hledá se minimum hodinového nákladu  $E(H) = 158,32$  vzhledem k  $(n, h, L, k)$

Simplexní metoda Nelder-Mead.

Děkuji za pozornost

# Použitá literatura:

- 1) ČSN ISO 11462-1: (2002) „Směrnice pro uplatňování statistické regulace procesu (SPC) část 1: Prvky SPC“
- 2) ČSN ISO 8258: (1994) *Shewhartovy regulační diagramy*
- 3) Ali Saraie, (2007), *Economic-statistical design of MC1 control charts, Int J Adv manuf Technol 32: 157-161*
- 4) Tolley O. G. and English J.R. (2001), Economic designs of constrained EWMA and combined EWMA –X control schemes, *IIE Transaction*, 33, 429-436
- 5) Duncan A.J. (1956) The economic design of X charts used to maintain current control of a process. *Journal of the American Statistical Association*. **51**. 228-242.
- 6) Lorenzen, T.J. and Vance, L.C. (1986) The economic design of control charts: a unified approach. *Technometrics*, **28**, 3-10.
- 7) Shewhart, W.A., *Economic control of Quality of Manufactured Product*,. New York: D.Van Nostrand Co., 1931
- 8) William H. Woodall (1990), "Performance of the zone control chart". *Commun. Statist.-theory meth.*,19(5), pp. 1581-1587
- 9) S.W. Roberts, (1996), "A Comparison of Some Control Chart Procedures". *Technometrics*, vol. 8, No.3, pp. 411-430
- 10) John H. Reynolds, (1971), "The Run Sum Control Chart Procedure". *Journal of Quality Technology*, vol. 3, No.1, pp. 23-27
- 11) Western Electric Company, (1956), "Statistical Quality Control Handbook". First Edition, USA
- 12) James R. Evans, William M. Lindsay, (1993), "The Management and Control of Quality"., Second Edition, *West publishing Company*, USA
- 13) Donald J. Wheeler, (2004), "Advanced Topics in Statistical Process Control"., Second Edition
- 14) Douglas C. Montgomery, (2001), "Introduction to Statistical Quality Control"., Four Edition
- 15) Dohnal G. (2008), Regulační diagram, ale jaký?, REQUEST '08, CQR VUT Brno
- 16) Cézová E. (2008), Ekonomicko-statistický návrh regulačního diagramu, REQUEST 08, CQR VUT Brno